वैदिक गणित
कनिष्ठ सहायक

व्यावसायिक पाठ्यक्रम स्तर 2.5

राष्ट्रीय व्यावसायिक शिक्षा और प्रशिक्षण परिषद् द्वारा मान्यता प्राप्त

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - 456006 (म.प्र.)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in

वैदिक गणित कनिष्ठ सहायक

प्रधान सम्पादक

प्रो. विरूपाक्ष वि. जड्डीपाल्

सचिव

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

लेखक

श्री आयुष शुक्ल

एम०एससी० बीएड (शिक्षक वैदिक गणित)

प्रधान संयोजक

डॉ.अनूप कुमार मिश्र

सहायक निदेशक, प्रकाशन एवं शोध अनुभाग

आवरण एवं सज्जा : श्री शैलेन्द्र डोडिया

तकनीकी सहयोग एवं टङ्कण : श्री नरेन्द्र कुमार सोलंकी

ISBN :

मूल्य :

संस्करण : 2024

प्रकाशित प्रति : PDF

प्रकाशक : महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रिय वेदविद्या प्रतिष्ठान

(शिक्षामन्त्रालय, भारत सरकार की स्वायत्तशासी संस्था)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - 456006 (म.प्र.)

Email: msrvvpujn@gmail.com, Web: msrvvp.ac.in

दूरभाष (0734) 2502255, 2502254

भारतीय राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 की पाठ्यचर्या एवं राष्ट्रीय कौशल भारत मिशन का उद्देश्य शिक्षण विकास एवं प्रशिक्षण के द्वारा शिक्षार्थियों का सर्वांगीण विकास कर रोजगार प्रदान करना है। महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान उज्जैन सदैव शैक्षिक नवाचार के क्षेत्र में अग्रसर रहा है अतः आदर्श वेद विद्यालयों, पाठशालाओं एवं भारत के विद्यालयों में वैदिक कौशल विकास शिक्षण एवं प्रशिक्षण के द्वारा अनेकानेक गतिविधियों के माध्यम से शिक्षार्थियों को रोजगार के अवसर प्रदान कर रहा है, जिससे शिक्षार्थी प्रशिक्षण के ज्ञानार्जन द्वारा स्वयं को अद्यतन एवं जागृत कर सकेंगे तथा इसके विषय ज्ञान का लाभ अपने दैनन्दिन जीवन के साथ-साथ आजीविका प्राप्त कर राष्ट्र निर्माण में महत्त्वपूर्ण भूमिका निभा सकेंगे।

वैदिक गणित कनिष्ठ सहायक पाठ्यपुस्तक में इकाईयों के विषयों को विविध आयामों के साथ सहज एवं प्रभावी तरह से प्रस्तुत किया गया है लेकिन फिर भी **कोई दोष हों तो हमें सूचित अवश्य** करें क्योंकि हमारा परम उद्देश्य वैदिक सिद्धान्तों के आधार पर वैदिक ज्ञान को कौशल विकास के माध्यम से जन-जन पहुँचाना है। अतः पाठ्य पुस्तकों की गुणवत्ता में सुधार लाने के लिए विद्वानों के समस्त सुझावों का स्वागत है।

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन

भूमिका

भारतवर्ष में गणित की समृद्ध परम्परा रही है। इतिहास के अत्यन्त प्राचीन काल से ही भारतीय मनीषियों एवं गणितज्ञों ने इस क्षेत्र में श्रेष्ठ कार्य किया है। परम्परा से ही गणित विद्या को सर्वोच्च स्थान दिया गया है। उदाहरणार्थ, याजुषज्यौतिषम् का सुस्पष्ट कथन है -

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा ।

तद्वत् वेदाङ्गशास्त्राणां गणितं मूर्द्धनि स्थितम् ॥

(याजुषज्यौतिषम् , 4)

अर्थात् , जिस प्रकार मोरों में शिखा और नागों में मणि का स्थान सबसे ऊपर है, उसी प्रकार सभी वेदाङ्गशास्त्रों मे गणित का स्थान सबसे ऊपर है।

"वैदिक गणित" विद्यार्थियों, शिक्षकों और गणित में रुचि रखने वाले लोगों के लिए एक शिक्षात्मक संसाधन के रूप में काम करता है। यह गणितीय समस्याओं को हल करने के लिए सामान्य तरीकों की तुलना में अलग दृष्टिकोण प्रस्तुत करता है, जो गणितीय समझ, समस्या समाधान और सुधार के कौशल को बढ़ाती है।

पुरातन ज्ञान के उपयोग से आधुनिक गणित को उन्नत बनाने के उद्देश्य से इस वैदिक गणित की कौशल पाठ्यपुस्तक में वेद के साथ संस्कृत ज्ञान प्रणाली की उपलब्ध गणितीय सङ्कल्पनाओं का समावेश किया गया है।

पाठ्यपुस्तक की भाषा बहुत ही सरल और सहज है जिससे विद्यार्थियों को समझने में सुगमता होगी। पाठ्यपुस्तक में कई पाठ्य बिन्दुओं को संस्कृत ज्ञान प्रणाली के वैदिक प्रमाणों के साथ-साथ ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त ,शुल्बसूत्र, आर्यभट्टीयम्,लीलावती एवं बीजगणितम् आदि ग्रन्थों के सन्दर्भों को भी सम्मिलित किया गया है जिससे वैदिक विद्यार्थी आधुनिक गणित के साथ प्राचीन गणितीय सङ्कल्पनाओं को भी समझने में सक्षम होंगे एवं अपनी भारतीय परम्परा की गरिमा का अनुभव कर सकेंगे। पाठ्यपुस्तक में कुल 08 अध्यायों की रचनाएँ वेद विद्यालयों के वेद भूषण चतुर्थ/ कक्षा 9 वीं के विद्यार्थी को ध्यान में रखकर बनाया गया है। अध्याय 1 में गणित के इतिहास का विस्तृत वर्णन है। अध्याय 2 में याजुष ज्योतिष की गणितीय अवधारणाओं को वर्णित किया गया है। अध्याय 3 में संख्याओं के जगत में वेद एवं संस्कृत ज्ञान प्रणाली की गणना प्रणाली का महत्त्व को समझ सकता है।

अध्याय 4 में वैदिक गणित के सूत्र एवं उपसूत्र का वर्णन किया गया है। अध्याय 5 में वैदिक गणित की शब्दावली पर प्रकाश डाला गया है। अध्याय 6 में गणितीय संक्रियाओं के उत्तर की जाँच के बीजांक के अनुप्रयोग बताया गया है। अध्याय 7 में वैदिक गणित के एकाधिकेण पूर्वेण सूत्र के अनुप्रयोग को बताया गया है। अध्याय 8 में भास्कराचार्य जी द्वारा रचित लीलावती गणित की परिभाषा प्रकरण को विस्तार से वर्णित किया गया है।

वैदिक गणित की यह कौशल पाठ्यपुस्तक वैदिक गणित के ज्ञान को संरक्षित, प्रोत्साहित और प्रसारित करने में महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाएगी, साथ ही भारतवर्ष की गणितीय शिक्षा और सांस्कृतिक विरासत का समृद्धिकरण में सहायक होगी।

पाठ्यपुस्तक में उपलब्ध वैदिक गणितीय सङ्कल्पनाओं को समझकर प्रतियोगी परीक्षाओं की तैयारी करने सहायता मिलेगी।

लेखक पाठ्यपुस्तक के त्रुटि सुधार हेतु प्रेषित सकारात्मक सुझाव के लिए आपका कृतज्ञ होगा।

आयुष शुक्ल

विषयानुक्रमणिका

अध्याय : 01

भारतीय गणित का इतिहास

भारतीय गणित का इतिहास : गणित शास्त्र का अर्थ एवं महत्त्व, वैदिक वाङ्मय में गणितीय परम्परा, शून्य का आविष्कार, कटपयादि पद्धति, भूत संख्या पद्धति।

गणित शास्त्र का अर्थ एवं महत्त्व

भारतीय विद्या परम्परा में प्रारम्भ से ही गणित को समस्त शास्त्रों में शीर्षस्थ कहा जाता है।

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा।

तद्वद् वेदाङ्गशास्त्राणां गणितंमूर्ध्नि संस्थितम् ॥ (वेदाङ्गज्योतिष 2)

अर्थात् जिस प्रकार मोरों में शिखा और नागों में मणि का स्थान सबसे ऊपर है, उसी प्रकार सभी वेदांगशास्त्रों मे गणित का स्थान सबसे ऊपर है। आचार्यों ने तो यहाँ तक कहा है कि-

बहुभिर्विप्रलापैः किं त्रैलोक्ये सचराचरे।

यत्किञ्चिद्वस्तु तत्सर्वं गणितेन विना न हि ॥

अर्थात् बहुत बातों से क्या लाभ? तीनों लोकों और चराचर जगत् में जो भी कुछ है वह बिना गणित के नहीं है।

1. गणित शब्द 'गण' धातु में 'क्त' प्रत्यय लगाकर बना है। गण् धातु का अर्थ है- गिनना और इस प्रकार गणित का अर्थ जिसमें गणना की जाती है, इस अर्थ में मित = 'नापा हुआ' **'मितोगणितो'** (कौटिल्य अर्थशास्त्र पृ.110) और संख्यात = गिनती किया हुआ **'संख्यातं गणितम्'** (अमरकोश) शब्दों का भी प्रयोग कभी-कभी होता रहा है परन्तु शास्त्र का नाम प्रायः 'गणित' ही रहा है।

2. कौटिल्य अर्थशास्त्र के अनुसार प्राचीन काल में गणित के पर्याय थे –

(1) गणना (2) संख्यान (3) संख्याशास्त्र

गणित शास्त्र का उद्भव

गणित शास्त्र भारत के प्राचीन शास्त्रों में से एक है। वैदिक वाङ्मय में गणित के ज्ञान का पर्याप्त परिचय मिलता है। गणित शास्त्र का प्रयोग सर्वमान्य और सार्वभौम है। दैनिक जीवन में कामकाज चलाने के लिए सभी अपने-अपने ढंग से आवश्यकतानुसार गणित का प्रयोग करते हैं। विश्व के सभी देशों ने प्राय: गणित का प्रारम्भ अङ्कों तथा गणना से ही हुआ, यहीं गणना कुछ काल के पश्चात् अङ्कगणित में परिणत हो गई तथा दीर्घकाल के पश्चात् गणित रूपी वृक्ष की अनेक शाखाएँ बीजगणित, त्रिकोणमिति एवं ज्यामिति आदि अस्तित्व में आयीं।

भारतीय परम्परा में गणित, नाट्यशास्त्र आदि का स्रोत यज्ञ रहा है। विभिन्न प्रकार के यज्ञों की सिद्धि हेतु वेदियों को उचित गणना के द्वारा निर्मित करना अथवा ज्योतिष सम्बन्धी गणना, गति, स्थिति आदि की आवश्यकता पड़ती हैं। मनुष्य मात्र के अविर्भाव से ही ज्योतिष्क पिण्डों (Celestial Bodies) का अवलोकन प्रारम्भ हो गया था, लेकिन खगोलगणित (Mathematical Astronomy) का विकास तभी हो पाया होगा जब मनुष्य जाति परिकलन (Calculation) में बहुत आगे बढ़ चुका होगा, इसलिए ज्यामिति (Geometry) और खगोलगणित (Astronomy) का अध्ययन आवश्यक था।

वैदिक वाङ्मय में गणितीय चिन्तन :

वैदिक वाङ्मय में गणना की दृष्टि से ऋग्वेद में गणक, गण, गण्या आदि शब्द में मिलते हैं। गणित नक्षत्रविद्या के अन्तर्गत आता था। यज्ञों को यथाकाल करने से ही शुभ फल की प्राप्ति तथा अनिष्टों की निवृत्ति होती थी, काल जानने के लिए ज्योतिष की आवश्यकता पड़ी तथा उसका सम्यक्

ज्ञान नक्षत्र, वेध और ग्रहगणित से ही सम्भव था। **वैदिक वाङ्मय की सबसे बड़ी देन संख्याओं का आविष्कार तथा दाशमिक प्रणाली (Decimal System) है।** वेदों के अनेकों मन्त्र में कई स्थानों पर संख्यासूचक मन्त्र मिलते है साथ ही कई वेद मन्त्रों में दाशमिक पद्धति के अन्तर्गत एक , दश, शत, सहस्र,अयुत, ... इत्यादि अनेकों बड़ी से बड़ी संख्याएँ बताई गयी है। बड़ी से बड़ी संख्याओं के बाद असंख्य या अनन्त तक की संख्याओं के चिन्तन वेद मन्त्रों में मिलता है।

असंख्याता सहस्राणि ये रुद्रा अधि भूम्याम् ।
तेषाꣳ सहस्रयोजनेऽव धन्वानि तन्मसि ॥ (यजुर्वेद. 16-54)

उपर्युक्त मन्त्र में असंख्य सहस्र का भी उल्लेख आता है। वेदों में भिन्न संख्या के बारे आए शब्द- अर्ध $\left(\frac{1}{2}\right)$, पाद $\left(\frac{1}{4}\right)$, शफ $\left(\frac{1}{8}\right)$ तथा कुष्ठ $\left(\frac{1}{12}\right)$ आदि हैं। यजुर्वेद की तैत्तिरीय संहिता (अनुवाक् 11-20) में सम (even) तथा विषम (odd) संख्याओं का उल्लेख हैं तथा 100 तक सारणियाँ (tables) भी उपलब्ध है : यथा -

$4 \times 1 = 4$ $100\times 1 = 100$

$4 \times 2 = 8$ $100\times 2 = 200$

$4 \times 3 = 12$ $100\times 3 = 300$ इत्यादि

तैत्तिरीय संहिता के निम्नलिखित मन्त्र में बड़ी से बड़ी संख्याएँ बताई गयी है –

शताय स्वाहा सहस्रायस्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुतायस्वाहाऽर्बुदायस्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मद्ध्याय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्द्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्टयै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहालोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा ।

(तैत्तिरीय संहिता- 7/2/20)

10^2 = शत	10^3 = सहस्र	10^4 = अयुत
10^5 = नियुत	10^6 = प्रयुत	10^7 = अर्बुद
10^8 = न्यर्बुद	10^9 = समुद्र	10^{10} = मध्य
10^{11} = अन्त	10^{12} = परार्ध	10^{13} = उषस
10^{14} = व्युष्टि	10^{15} = देष्यत	10^{16} = उद्यत
10^{17} = उदित	10^{18} = सुवर्ग	10^{19} = लोक

सामान्य अङ्कगणितीय सङ्क्रियाएँ (Arithmetical Operations) जैसे- जोड़ या भाग, बहुत परिष्कृत रूप में वैदिक साहित्य में ही मिल जाते हैं। तैत्तिरीय संहिता में 10 लोक तक की संख्याओं के नाम दशमलव पद्धति से दिये गये हैं, इस प्रकार तैत्तिरीय संहिता की सूची न केवल दाशमिक पद्धति (decimal system) के ज्ञान का प्रमाण है अपितु बड़ी संख्याओं के लिए नाम गढ़ने की वैज्ञानिक जरूरत का भी प्रमाण है।

वेदाङ्गों में "गणित" :

गणित शब्द का सर्वप्रथम प्रयोग वेदाङ्गज्योतिष में मिलता है – **गणितं मूर्ध्नि संस्थितम्**, जिसके कर्ता आचार्य 'लगध' माने जाते हैं, उनके अनुसार वेदों की प्रवृत्ति यज्ञों के निमित्त हुई तथा यज्ञ यथाकाल किये जाते हैं। वेदाङ्गज्योतिष के अध्ययन से ज्ञात होता है कि उस समय (800 ई. पूर्व) ज्योतिषीय योग, वियोग, गुणा, भाग करना जानते थें।

तिथिमेकादशाभ्यस्तां पर्वभांशसमन्विताम्।

विभज्य भसमूहेन तिथिनक्षत्रमादिशेत्॥

अर्थात् तिथि को 11 से गुणन कर गुणनफल में पर्व के भांश का योग करें और फिर नक्षत्र संख्या से भाग देवें, इस प्रकार से तिथि का प्रयोग बताया गया है। वेदाङ्गज्योतिष के अन्तर्गत शुल्बसूत्रों में

प्राप्त गणित की आधारभूत अवधारणा तथा भिन्नों की संक्रियाएँ, ज्यामितीय प्रयोग के लिए काम आती थी, फलत: अङ्कगणितीय मूलभूत प्रक्रियाओं का ज्ञान उन्नति पर था।

काल और गणित का सम्बन्ध :-

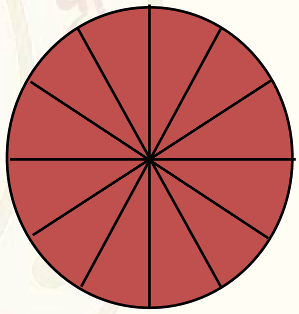
किसी वृत्त की परिधि द्वारा केन्द्र पर 360° का कोण निर्मित करने का विवरण ऋग्वेद के निम्नलिखित मन्त्र में स्पष्टत: परिलक्षित होता है।

द्वादश प्रधयश्चक्रमेकं त्रीणि नभ्यानि क उ तच्चिकेत।

तस्मिन्त्साकं त्रिशता न शंकवोऽर्पिता षष्टिर्न चलाचलासः॥

(ऋग्वेद - 1.164.48)

अर्थात् एक चक्र है, जिसे द्वादश अरे घेरे हुए हैं। उसके तीन प्रभाग (नाभियाँ) हैं, जिसमें तीन सौ साठ (360) गतिशील कीलें संलग्न हैं, जिसे कोई गणितज्ञ ही जान सकता है। उपर्युक्त ऋचा में किसी वृत्ताकार चक्र का वर्णन है, जो बारह अरों द्वारा धुरी से जुड़ा हुआ है, उसके तीन समान प्रभाग है। वह 360 गतिशील तीलियों द्वारा (केन्द्र से) संलग्न है। उक्त मन्त्र के संख्यासूचक शब्द से समझ सकते हैं:



12 अरे = 12 महीने, 1 चक्र = 1 वर्ष, 3 नाभि = 3 ऋतुएँ, 360 गतिशील तीलियों = 360 दिन (720 जोड़े दिन और रात) को दर्शाता है। यहाँ 12 महीनों का उल्लेख 12 नक्षत्रों यानि 12 तारामंडलों के नाम पर किया गया है। एक वर्ष को 6 ऋतुओं में फैले 12 महीनों का नाम दिया गया है तथा चातुर्मास्य के वैदिक अनुष्ठान में वर्ष को 4-4 महीने की 3 ऋतुओं में विभाजित किया गया है, जो कि आधुनिक काल में प्रसिद्ध कालचक्र का बीजरूप दर्शित है।

वैदिक वाङ्मय में गणित का व्यापक उपयोग दैनिक कार्यों, यज्ञ हेतु विविध प्रकार की वेदियों के निर्माण एवं काल गणना हेतु किया जाता था। वस्तुतः इस पृथ्वी तल पर काल गणना का कार्य सर्वप्रथम वैदिक ऋषियों ने प्रारम्भ किया, उन्होंने स्पष्टतः पहचान कर लिया था कि काल के विधायक सूर्य है। ऋग्वेद के एक मन्त्रानुसार (1.155.6)

"चतुर्भिः साकं नवतिं च नामभिश् चक्रं न वृत्तं व्यतींरवीविपत्।"

(ऋग्वेद - 1.155.6)

अर्थात् सूर्य चार सहित नब्बे अर्थात् चौरानवे कालगणना के अवयवों को अपनी प्रेरणा शक्ति से चक्राकार (गोल चक्र के समान) रूप में घुमाते हैं।

उपर्युक्त मन्त्र का तात्पर्य है कि काल के समस्त अवयव परिक्रमणिक (आवर्ती) है तथा उनका परिक्रमण काल सूर्य पर निर्भर होता है। इस सन्दर्भ में यह उल्लेखनीय है कि विश्व के कालगणना की प्रथम इकाई 'नाड़ी' का प्रादुर्भाव वैदिक वाङ्मय में देखने को मिलता है।

यजुर्वेद के निम्नलिखित मन्त्र का स्पष्ट कथन है :

आयं गौः पृश्निरक्रमीदस दन् मातरंपुरः । पितरं च प्रयन्त्स्वः ॥

त्रिङ्शद्धाम विराजति वाक् पतंगाय धीयते । प्रति वस्तोरह धुभिः ।

(यजुर्वेद 3.6-7)

अर्थात् यह पृथ्वी अन्तरिक्ष में घूर्णन करती है। जननी (नीर) सहित स्व-कक्ष पथ पर घूर्णन करती है। यह अपने जनक (सूर्य) की प्रदक्षिणा करती है। दिवस काल को सूर्य की रश्मियाँ तीस भागों में विभाजित करती है। मात्र सूर्य ही हमारे जीवन का आधार है।

उपर्युक्त ऋचा से स्पष्ट है कि सूर्य की किरणें सामान्य दिन को तीस भागों में विभाजित करती है। आधुनिक काल गणना के सन्दर्भ में इस एक भाग का मान चौबीस मिनट होता है। वेदाङ्ग ज्योतिष

के रचयिता, महात्मा लगध (1500 ई.पू.) ने काल की इस प्राचीनतम इकाई को 'नाड़ी' की संज्ञा प्रदान की थी। ऋग्वेद् के प्रथम मण्डल के एक मन्त्र से तत्कालीन पञ्चाङ्ग पद्धति का विवरण प्राप्त होता है। यथा -

द्वादशारं नहि तज्जराय ववर्ति चक्रं द्यामृतम्य।

आ पुत्रा अग्ने मिथुनासो अत्र सप्त शतानि विंशतिश्च तस्थुः॥

(ऋग्वेद 1.164.11)

अर्थात् बारह अरों से युक्त यह (सूर्य) चक्र द्युलोक में चतुर्दिक् घूमता रहता है। यह चक्र कभी अवरूद्ध या जीर्ण नहीं होता। हे अग्निदेव! इस चक्र पर सात सौ बीस (720) पुत्र (दिन एवं रात्रि) आरूढ़ रहते हैं।

उपर्युक्त मन्त्र से यह स्पष्ट होता है कि ऋग्वेद् में एक वर्ष को बारह मास एवं तीन सौ साठ अहोरात्र (दिन एवं रात्रि) विभाजित किया गया है, जिससे हम समझ सकते हैं कि एक मास तीस अहोरात्र के बराबर होते हैं। वैदिक काल के प्रारम्भ से ही भारतवर्ष में पञ्चाङ्ग पद्धति को अत्यधिक महत्त्व दिया गया है।

अतएव निष्कर्ष है कि वैदिक वाङ्मय में काल (समय) विषयक कई तथ्य प्राप्त होते हैं, जिसका आधार गणित शास्त्र है। अत: काल और गणित का सम्बन्ध वेदों में देखने को मिलता है।

शुल्बसूत्रों में गणितीय चिन्तन :

शुल्बसूत्र : शुल्ब का अर्थ 'धागा अथवा रस्सी' है। रस्सी की सहायता से भिन्न-भिन्न की वेदि, अग्निचिति, मण्डप इत्यादियों का विन्यास करने की रीतियाँ सूत्ररूप में जहाँ दी हैं उसे **शुल्बसूत्र** कहते हैं। अब तक प्राप्त आठ शुल्बसूत्रों की उपलब्धि ज्ञात है। कृष्ण यजुर्वेदान्तर्गत सात शुल्बसूत्र हैं:

बौधायन, आपस्तम्ब, सत्याषाढ, वाधुल, मानव, मैत्रायणी और वाराह और शुक्ल यजुर्वेदान्तर्गत कात्यायन शुल्बसूत्र आठवाँ शुल्बसूत्र है।

शुल्बकाल में प्रमुखतः यज्ञ कार्य के लिये वेदि, अग्निचिति आदि की नापतौल, विन्यास की अनेक पद्धतियाँ, इनकी निर्मिति के लिये ईंटों की रचना आदि की जानकारी दी है। अंगुल, पुरुष आदि परिमाण, इनका परस्पर सम्बन्ध, वेदि, चिति, मण्डप के विन्यास के लिये साधन, जैसे की रस्सी, बांस, शंकू (खूंटियाँ), भूमिति के सिद्धान्त, अनेक भौमितिक कृतियाँ, ईंटों के आकार, संख्या, अग्निचिति निर्माण के नियम आदि कि जानकारी शुल्बसूत्र में मिलती हैं। शुल्बसूत्र में दी हुई भूमिति के ज्ञान सम्बन्ध की जानकारी कुछ उदाहरणों से नीचे स्पष्ट की है।

अग्नि के तीन स्वरूप होते हैं। ये तीन अग्नि कुण्ड हैं : गार्हपत्य, आहवनीय और दक्षिणाग्नि। गार्हपत्य वृत्ताकार, आहवनीय वर्गाकार और दक्षिणाग्नि अर्धचन्द्रकार यानि अर्धवृत्ताकार होते हैं। रोचक बात यह है कि तीनों अग्निकुण्ड का क्षेत्रफल समान (बराबर) होना चाहिये। यज्ञ की वेदि की उपर्युक्त रचना के लिए निम्नलिखित रेखागणितीय प्रक्रियाओं का ज्ञान अपेक्षित था -

शताब्दियों से प्रचलित इन नियमों को बताने के लिए ऋषियों ने शुल्बसूत्रों की रचना की जिसमें रज्जु (Rope) से वेदी बनायी जाती थी । उस समय जो कार्य रज्जु से करते थें। वह आज फुट्टा (Scale) तथा परकार (Compass) से किया जाता है। मानव और मैत्रायणी शुल्बसूत्रों में शुल्बविज्ञान शब्द का प्रयोग हुआ हैं। शुल्बसूत्रों में गणित की मूलभूत प्रक्रियाओं के पारिभाषिक नाम चरम उत्कर्ष पर है, जिसके निम्न उदाहरण हैं –

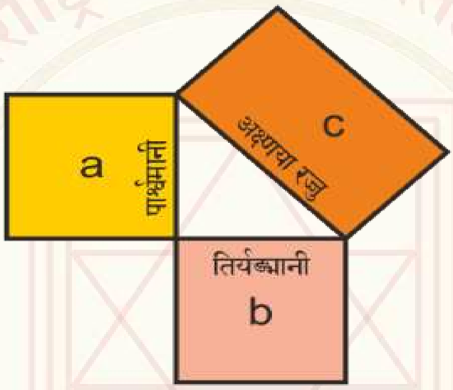
1. **पाइथागोरस प्रमेय का ज्ञान -**

पाइथागोरस प्रमेय जिसे मूलरूप से बौधायन प्रमेय के नाम से जानते हैं। इस प्रमेय का सर्वप्रथम उल्लेख बौधायन शुल्बसूत्र (1- 48) में मिलता है -

दीर्घचतुरश्रस्याक्ष्णयारज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी

च यत्पृथग्भूते कुरुतस्यदुभयं करोति ।

(बौधायन शुल्बसूत्र 1.48)



अर्थात् दीर्घचतुरश्र (आयत) अक्षण्यारज्जु के वर्ग का क्षेत्रफल, पार्श्वमानी और तिर्यङ्मानियों के अलग-अलग वर्गों के क्षेत्रफलों के योग के समान होता है।

$$(\text{अक्ष्णया})^2 = (\text{पार्श्वमानी})^2 + (\text{तिर्यङ्मानी})^2$$

या

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$$

पाइथागोरस (540 ई. पूर्व) से 460 वर्ष पूर्व महर्षि बौधायन (1000 ई. पूर्व) उपर्युक्त सिद्धान्त का पूर्णतया प्रतिपादन कर चुके थे। यज्ञकुण्ड निर्माण में इस सूत्र का प्रयोग लगातार भारतवर्ष में होता है।

2. **पाई (π) का मान** – वर्ग के बराबर वृत्त खींचने के प्रसंग में पाई का मान अन्तर्निहित हो जाता है। मानव शुल्बसूत्र में कहा जाता है कि दो हाथ का वर्ग, एक हाथ, तीन अंगुल अर्धव्यास पर बने हुए वृत्त के बराबर होता है, जिसको यदि गणितीय भाषा में लिखे तो यह समीकरण बनेगा।

$$2^2 = \pi\left(\frac{9}{8}\right)^2$$

अर्थात्

$$\pi = 4 \times \left(\frac{8}{9}\right)^2$$

$$= 4 \times \frac{64}{81}$$

$$= 3.16049$$

बौधायन शुल्बसूत्र में π (पाई) का मान 3 बताया है -

यूपावटाः पदविष्कम्भाः त्रिपदपरिणाहानि यूपोपराणीति ।

(बौधायन शुल्बसूत्र 1-82,83)

वृत्त को वर्ग में परिणत करने (Squaring the circle) की समस्या प्राचीन समस्याओं की प्रमुख समस्याओं में से एक है। बौधायन ने वृत्त को वर्ग में परिणत करने के लिए एक नियम बताया था, जिसमें

$$\pi = \left[1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8.29} + \frac{1}{8.29.6} + \frac{1}{8.29.6.8}\right]$$

$$= 3.0885$$

बौधायन ने एक अन्य स्थान पर पाई (π) का यही मान 3.088 माना है। इससे यह प्रमाणित होता है कि (π) के सूक्ष्म तथा स्थूल मानों की कई परिशुद्धता स्तरों पर आवश्यकता पड़ती रही है। अभी भी पाई (π) का यह मान स्थूल था। आर्कमिडीज के बाद में पाई का मान $\frac{22}{7} = 3.1428$ निकाल लिया था। 499 ई. में आर्यभट्ट ने इससे सूक्ष्मतर पाई (π) का मान निकाला था।

इसलिए ,

$$\pi = \frac{62{,}832}{20{,}000} = 3.1416$$

3. करणी (Surd) का ज्ञान आपस्तम्ब शुल्बसूत्र में उल्लेखित है -

प्रमाणं तृतीयेन वर्धयेत्तच्च चतुर्थेनात्मचतुस्त्रिंशोनेन स विशेष: ।

(आपस्तम्ब शुल्बसूत्र 1-12)

अर्थात् $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4.34}$

इस समय तक वर्ग का द्विगुणित तथा पञ्चगुणित आदि करने में $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ आदि करणियों का ज्ञान समुद्भूत हो गया था।

4. **वर्ग का क्षेत्रफल -**

कात्यायन शुल्बसूत्र में वर्ग के क्षेत्रफल के बारे में निम्नलिखित श्लोक मिलता है।

यावत्प्रमाणा रज्जुर्भवति तावतस्तावन्तो वर्गा भवति तान्त्समत्स्येत् ।

(कात्यायन शुल्बसूत्र कण्डिका 3 -7)

अर्थात् , रज्जु (रस्सी) जितनी लम्बी होती है, उतने गुणित उतने ही एकक वर्गों की पङ्क्तियाँ बनती हैं। उन सबको मिलाकर क्षेत्रफल निकल जाता है, यथा- इस चित्र में 12 इकाई एकक लम्बी रज्जु ने 3×3 वर्ग क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर (Horizontal and Vertical) बनाये हैं, उनको मिलाने से वर्ग का क्षेत्रफल 9 (एकक)^2 हुआ ।

5. **भिन्न (Fraction) –**

भिन्न के परिकर्मों का भी उस समय ज्ञान था।

यथा - **अर्धप्रमाणेन पादप्रमाणं विधीयते**, अर्थात् आधे प्रमाण का क्षेत्रफल चौथाई प्रमाण होता है।

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

इसी प्रकार - **अध्यर्धपुरूषा रज्जुद्वौ सर्पादौ करोति ।** (**आपस्तम्ब शुल्बसूत्र** ,15)

अर्थात् ड़ेड पुरुष लम्बी रस्सी के वर्ग का क्षेत्रफल का क्षेत्रफल सवा दो (वर्ग) पुरुष होता।

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = 2\ \frac{1}{4}$$

शून्य का आविष्कार :

अङ्कगणित का आधार अङ्क है जिसमें शून्य का महत्त्वपूर्ण स्थान है। वैदिक वाङ्मय की सबसे बड़ी देन संख्याओं का आविष्कार तथा दाशमिक प्रणाली (Decimal System) है। जहाँ **'शून्य शब्द'** का सर्वप्रथम प्रयोग अथर्ववेद के निम्नलिखित मन्त्र में मिलता है।

शून्यैषी निर्ऋते याजगन्धोत्तिष्ठाराते प्रपत मेह रंस्था: ।

अथर्ववेद (14/02/19)

उपर्युक्त मन्त्र में आये **'शून्यैषी'** शब्द का प्रयोग किसी अनुपलब्ध वस्तु को चाहने वाले के लिए किया गया है। वैदिक वाङ्मय के अन्तर्गत यजुर्वेद (17/2), तैत्तिरीय संहिता (7/2/20) एवं अथर्ववेद (10/08/24) के मन्त्रों में बड़ी से बड़ी संख्या के दश, शत, सहस्त्र, अयुत, नियुत, अर्बुद, न्यर्बुद इत्यादि सभी अगली संख्याएँ पिछली संख्याओं के सापेक्ष दशगुणित मान को प्रकट करती है। **तैत्तिरीय संहिता** के ही मन्त्र को ही ले लीजिए जिसमें स्थानीय मान के अनुसार **न केवल दाशमिक पद्धति** (decimal system) **के ज्ञान का प्रमाण है अपितु बड़ी संख्याओं के लिए नाम रखने की वैज्ञानिक प्रकिया का भी प्रमाण है।** दाशमिक प्रणाली में शून्य के बिना बड़ी से बड़ी संख्याओं की चिन्तन नहीं किया जा सकता है।

> शताय स्वाहा सहस्रायस्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुतायस्वाहाऽर्बुदायस्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मद्ध्याय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्द्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्टयै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहालोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीयसंहिता-(7/2/20)

शून्य का चिह्न :

वैदिक वाङ्मय के अन्तर्गत ऋग्वेद में **शून्य चिह्न** के सन्दर्भ में निम्नलिखित मन्त्र उपलब्ध है।

खे अराँ इव खेदया- (ऋग्वेद : 8/77/3)

अर्थात् वेद में आकाश से परिपूर्ण गोल छिद्र के लिये 'ख' का प्रयोग प्राप्त होता है। गणित-शास्त्र शून्य के चिह्न को समझना अत्यन्त ही रोचक है कि जब भी हम आकाश को देखते हैं तब हमें आकाश एक गोलाकार के रूप में दिखाई देता है। गणितसार संग्रह ग्रन्थ के निम्न श्लोक के अनुसार आकाश के स्वरूप से प्रेरणा प्राप्त करते हुए विद्वानों ने आकाश के शून्य को पर्यायवाचक शब्दों को शून्य का पर्याय निरूपित किया है-

आकाशं गगनं शून्यमम्बरं खं नभो वियत् (गणितसार संग्रह)

गणित-शास्त्र में यह शून्य अभावस्वरूप होकर भी संख्या के अन्तर्गत है। इसका अलग नाम तथा प्रतीक चिह्न है। वेदों में उपलब्ध ज्ञान को समझने के लिये वेदमन्त्रों के लघु एवं गुरु वर्णों को स्पष्ट करने के लिये वेदाङ्गों के अन्तर्गत छन्दशास्त्र को जानना अत्यन्त आवश्यक है। **'शून्य चिह्न'** के प्रतीक का सर्वप्रथम प्रयोग में आचार्य पिंगल के छन्दसूत्र के निम्न सूत्रों में प्राप्त होते हैं।

रुपं शून्यम् (पिंगल छन्द , अष्टमोऽध्याय: 29)

द्विः शून्ये (पिंगल छन्द , अष्टमोऽध्याय: 30)

उपर्युक्त सूत्रानुसार जब वृत्त की विषम संख्या का भेद ज्ञात करना हो अथवा समसंख्या का आधा करते-करते हुए यदि विषम संख्या उपस्थित हो जाए तो **रूपे** - विषम संख्या से एक संख्या कम करने पर ऊपर लिखे दो अङ्क के नीचे **शून्यम्** - शून्य (0) स्थापित कर दें । विषम संख्या से एक संख्या निकालने पर जो समसंख्या शेष रही, उसका आधा करने पर उसके निमित्त शून्य के नीचे पुन: 2 (दो) अङ्क लिख दें । इसी भाँति समसंख्या का आधा हो जाने पर उसके लिए दो अङ्क तथा विषम

संख्या आने पर एक न्यून करके शून्य स्थापित करते जाएँ, जब तक अभीष्ट संख्या न्यून करते-करते एक संख्या तक न पहुँच जाए। इतना करने पर **शून्ये** - जहाँ शून्य प्राप्त है उसके सामने वाली अर्थात् दायीं ओर (=) बराबर रखी हुई एक संख्या को **द्विः** = दोगुणा कर दें।

उपर्युक्त वैदिक वाङ्मय के तथ्यों से स्पष्ट है कि **'शून्य शब्द'** का सर्वप्रथम प्रयोग वेदों में उपलब्ध है साथ ही सर्वप्रथम **'शून्य चिह्न'** का प्रयोग षड् वेदाङ्गों के अन्तर्गत आचार्य पिंगल द्वारा रचित छन्दसूत्र में मिलता है।

वर्णाङ्क प्रणाली –

किसी संख्या को जब अक्षर के रूप में व्यक्त किया जाता है उसे **'कूटाङ्क' या वर्णाङ्क** कहते हैं। गणितज्ञों ने इस सङ्कल्पना का प्रयोग संख्याओं को अभिव्यक्त करने में किया था। वर्णाङ्कों या 'कूटाङ्कों' का संस्कृत एवं वैदिक वाङ्मय का प्रयोग अनेक स्थलों पर प्राप्त होता है।

आर्यभट्टीयम् (दशगीतिकापाद) के निम्न श्लोक में वर्णांक प्रणाली के बारे बताया गया है।

वर्गाक्षराणि वर्गेऽवर्गेऽवर्गाक्षराणि कात् ङ्मौ यः।

खद्विनवके स्वरा नव वर्गेऽवर्गे नवान्त्यवर्गे वा॥

(आर्यभट्टीयम्, दशगीतिका पाद -2)

अर्थात्, वर्गाक्षर (जिनका आरम्भ 'क' अक्षर से म तक होता है) वर्ग स्थानों में प्रयुक्त किए गए हैं और अवर्गाक्षर (य, र, ल, व, श, ष, स, ह) अवर्ग स्थानों में प्रयुक्त किये गये हैं। इस प्रकार ङ्मौ (ङ् + म) का मान वही है जो य् अक्षर का है। नौ स्वर शून्यों के वर्ग के लिए तथा अवर्ग स्थान वाले नौ जोड़ो के लिए प्रयुक्त किये गये हैं। नौ स्वरों (अ, इ, उ, ऋ, ऌ, ए, ऐ, ओ, औ) का उपयोग नौ वर्ग स्थानों (विषम स्थानों) के लिए और नौ अवर्ग स्थानों (सम स्थानों) के लिए इस प्रकार मात्रा के लिए अठारह स्थान बताए गये हैं। आर्यभट्ट ने एक श्लोक में बड़ी-बड़ी संख्याओं को लिखने

के लिए वर्णमाला के अक्षरों के उपयोग कर एक सर्वथा मौलिक विधि वर्णाङ्क प्रणाली का प्रतिपादन किया। इसके अनुसार वर्णामाला के अक्षरों को आर्यभट्ट ने अधोलिखित मान प्रदान किये ।

वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	वर्ण	अङ्क	
क	1	च	6	ट	11	त	16	प	21	
ख	2	छ	7	ठ	12	थ	17	फ	22	
ग	3	ज	8	ड	13	द	18	ब	23	
घ	4	झ	9	ढ	14	ध	19	भ	24	
ङ	5	ञ	10	ण	15	न	20	म	25	
य	र	ल	व	श	ष	स	ह			
30	40	50	60	70	80	90	100			

वर्णाङ्क के रूप में अङ्क विद्या का प्रयोग -

इसका प्रयोग केवल वे ही व्यक्ति कर सकते हैं जो परस्पर मिलकर एक-दूसरे से सहमत होकर सङ्केतों को समझ लेते हैं। प्रेषक एवं प्रेप्य ही परस्पर शब्द व उससे प्राप्त सङ्केत को निश्चित कर लेते

स्वर	अ	इ	उ	ऋ	लृ	ए	ऐ	ओ	औ
वर्ग	10^0	10^2	10^4	10^6	10^8	10^{10}	10^{12}	10^{14}	10^{16}
अवर्ग	10^1	10^3	10^5	10^7	10^9	10^{11}	10^{13}	10^{15}	10^{17}

हैं। **जैसे** -

निर्धारित वर्ण	क	ख	ग	घ	ङ	च	छ	ज	झ	ञ
अङ्क	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

संख्याओं के लिए शब्दों / वर्णों का प्रयोग निम्न प्रकार सम्भव है -

कमल = क्×अ + म्×अ + ल्×अ $= 1\times 10^0 + 25\times 10^0 + 50\times 10^1$

$= 1\times 1 + 25\times 1 + 50\times 10$

$= 1 + 25 + 500 = 526$

ख्युघृ = खु + यु + घृ = ख्×उ + य्×उ + घ्×ऌ $= 2\times 10^4 + 30\times 10^4 + 4\times 10^6$

$= 2\times 10000 + 30\times 10000 + 4\times 1000000 = 43{,}20{,}000$

आर्यभट्ट ने ख्युघृ के द्वारा एक युग में सूर्य के भगणों की संख्या 43 लाख 20 हजार बतायी है। इस विधि में बड़ी से बड़ी संख्या कुछ थोड़े से वर्णों में दी जाती है।

करो और सीखो -

निम्न शब्दों को अङ्कों में परिवर्तित करने पर कौन-सी संख्या बनेगी -

1. रमण = ... गणित = ...
2. अपने परिवारजनों के नाम को अङ्कों में लिखकर परिवारजनों से चर्चा करें।

कटपयादि - पद्धति

यह पद्धति 5 वीं शदी इस्वी में प्रचलित थी । आर्यभट्टीयम् के एक व्याख्याकार सूर्यदेव का कथन है कि- यह कटपयादि पद्धति आर्यभट्ट प्रथम (473 ई.) को ज्ञात थी। आर्यभट्ट ने इसके स्थान पर अपनी नवीन पद्धति का आविष्कार किया, इससे ज्ञात होता है कि यह कटपयादि - पद्धति पाँचवी शदी से पहले विद्यमान थी। इस पद्धति का 'सदरत्नमाला' ग्रन्थ में सूत्र मिलता है -

नञावचश्च शून्यानि संख्या: कटपयादय: ।

मिश्रे तूपाऽन्त्यहल्संख्या न च चिन्त्यो हल: स्वरा: ।

अर्थात् न , ञ और केवल स्वरशून्य के सूचक हैं। क् , ट् , प् और य् से प्रारम्भ होने वाले व्यंजन

(1 , 2 , 3 आदि) संख्याओं को सूचित करते हैं। मिश्र व्यंजनों में केवल स्वरयुक्त अन्तिम व्यंजन संख्या- सूचक होता है। स्वर - रहित व्यंजनों से कोई संख्या न समझें। **'अंकाना वामतो गति:'** अङ्कों की गणना दायीं ओर से बायीं ओर करें। स्थानीयमान प्रकिया (इकाई, दहाई आदि) इसमें भी चलती है। वर्ग के प्रथम वर्ण से 1 संख्या, वर्ग के द्वितीय से 2 संख्या आदि समझें । कटपयादि - पद्धति का स्वरूप यह हैं –

वर्ण		**किस संख्या के बोधक हैं।**
क , ट , प , य	-	1
ख , ठ , फ , र	-	2
ग , ड , ब , ल	-	3
घ , ढ , भ , व	-	4
ङ , ण , म , श	-	5
च , त , ष	-	6
छ , थ , स	-	7
ज , द , ह	-	8
झ , ध	-	9
ञ, न और केवल स्वर	-	0

अभिलेखों और दानपत्रों आदि में इस पद्धति के उदाहरण मिलते हैं। जैसे –

क)	2	4	4	1		
	रा	घ	वा	य	-	1442
ख)	6	4	3	1		
	त	त्वा	लो	के	-	1346

भूतसंख्या पद्धति (शब्दाङ्क) -

पद्धति में अङ्कों के लिए प्रयुक्त होने वाले कुछ प्रचलित सङ्केत शब्द ये हैं। (इनके पर्यायवाची भी इसी अर्थ में आते हैं।)

अङ्क	सङ्केत – शब्द
0	शून्य, ख, अम्बर, गगन, नभ, वियत्, अनन्त
1	चन्द्र, इन्दु, विधु, सोम, अब्ज, भू, धरा, गो, रूप, तनु
2	यम, अश्विन, नेत्र, अक्षि, कर्ण, कर, पक्ष, द्वय, अयन, युगल
3	राम, गुण, त्रिगुण, भुवन, काल, अग्नि, त्रिनेत्र, लोक, पुर
4	वेद, श्रुति, सागर, वर्ण, आश्रम, युग, तुर्य, कृत, अय, दिश
5	बाण, शर, इषु, भूत, प्राण, तत्त्व, इन्द्रिय, विषय, पाण्डव
6	रस, अंग, ऋतु, दर्शन, अरि, तर्क, कारक, षण्मुख
7	नग, अग, पर्वत, ऋषि, मुनि, वार, स्वर, छन्द, द्वीप, धातु, अश्व
8	वसु, अहि, नाग, राज, सर्प, सिद्धि, भूति, अनुष्टुप्
9	अङ्क, नन्द, निधि, ग्रह, रन्ध्र, छिद्र, द्वार, दुर्गा
10	दिश्, दिशा, अंगुलि, पङ्क्ति, ककुभ्, रावणशिर, अवतार

11	रुद्र, ईश्वर, हर, ईश, भव, महादेव, अक्षौहिणी
12	रवि, सूर्य, अर्क, मास, राशि, व्यय, भानु, दिवाकर
13	विश्वेदेवाः, विश्व, काम, अतिजगती
14	मन, विद्या, इन्द्र, शक्र, लोक
15	तिथि, दिन, अहन्
16	नृप, भूप, भूपति, अष्टि, कला
17	अत्यष्टि
18	धृति, पुराण
19	अतिधृति
20	नख, कृति
21	उत्कृति, प्रकृति, स्वर्ग
22	आकृति
23	विकृति
24	गायत्री, जिन, अर्हत्, सिद्ध
27	नक्षत्र, उडु, भ
33	देव, अमर, सुर, त्रिदश
49	तान

अध्याय : 02

याजुष ज्योतिष की गणितीय अवधारणा

याजुष ज्योतिष की गणितीय अवधारणा : वेदाङ्ग का अर्थ एवं महत्ता, याजुष ज्योतिष में गणित की विषय-वस्तु, याजुष ज्योतिष में गणित की महिमा एवं गणितीय संक्रियाएँ

प्रस्तावना :

संस्कृत साहित्य के अंतर्गत वैदिक साहित्य एवं लौकिक साहित्य समाविष्ट होता है। वैदिक साहित्य के अंतर्गत वेद, ब्राह्मण ग्रन्थों, आरण्यकों, उपनिषदों तथा वेदाङ्गों की चर्चा होती है। वेदाङ्ग वेदों के अध्ययन में उपकारक माने जाते हैं इसलिए इन्हें 'वेदाङ्ग' कहा जाता है। शिक्षा, कल्प, व्याकरण, निरुक्त, छन्द एवं ज्योतिष, इन छः वेदाङ्गों के विषय में हम यहाँ समझेंगे। वेदाङ्ग ज्योतिष के मुख्यतः तीन रूप प्राप्त होते हैं'- 'आर्च ज्योतिष (ऋग्वेद से सम्बन्धित)', 'याजुष ज्योतिष (यजुर्वेद से सम्बन्धित)' तथा 'आथर्वण ज्योतिष (अथर्ववेद से सम्बन्धित)। 'आचार्य लगध द्वारा रचित 'याजुष ज्योतिष में- **यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा। तद्वद् वेदाङ्गशास्त्राणां गणितंमूर्ध्नि संस्थितम्** ॥ पद्य के माध्यम से गणित के महत्त्व के विषय में बताया गया है कि गणित सभी शास्त्रों में सर्वोपरि माना जाता है। इसके अतिरिक्त याजुष ज्योतिष में अंक प्रणाली तथा जोड, घटाव, गुणन भाग आदि गणितीय संक्रियाओं के विषय में भी जानेंगे।

वेदाङ्ग का अर्थ तथा महत्त्व

विश्व के अत्यन्त ही प्राचीन साहित्य के रूप में वेदों को स्वीकार किया जाता है। वेदों को समझने के लिए वेदाङ्गों को समझना आवश्यक है। वेदाङ्ग शब्द की व्युत्पत्ति वेद तथा अङ्ग, इन दो शब्दों के संयोग से हुई है। अङ्ग शब्द का अर्थ है-जिनके द्वारा किसी वस्तु के स्वरूप को जानने में

सहायता प्राप्त होती है. उन्हें 'अङ्ग कहते हैं। (**अंग्यनों ज्ञायन्ते एभिरिति अङ्गानि** । शब्दकल्पद्रुम)। वेदाङ्ग मुख्य रूप से छः माने जाते हैं- शिक्षा, कल्प, व्याकरण, निरुक्त, छन्द एवं ज्योतिष। गोपथ ब्राह्मण में इन छः वेदाङ्गों का संकेत मिलता है- **'षड्ङविदस्तत् तथा धीमहे** । **-(गोपथब्रह्मण,** 1.27) मुण्डकोपनिषद् में भी इन छः वेदाङ्गों का नाम स्पष्टत मिलता है- **तन्नापरा ऋग्वेदो यजुर्वेदः सामवेदो अथर्ववेदः शिक्षा कल्पों व्याकरणं निरुक्त छन्दो ज्योतिषामिति । मुण्डकोपनिषद्** 1.5.5 ।

वेदाङ्गों का मूल उद्देश्य वेदों के सही अर्थबोध, उचित उच्चारण तथा प्रयोग है। अर्थबोध के लिए व्याकरण तथा निरुक्त वेदाङ्ग अस्तित्व में आये, जबकि सही उच्चारण के लिए शिक्षा तथा छन्द वेदाङ्ग की रचना हुई तथा वेदों के याज्ञिक प्रयोग की शुद्धि को सुनिश्चित करने के लिए कल्प तथा ज्योतिष वेदाङ्ग का आविर्भाव हुआ।

वेदाङ्गों के उद्देश्य का निर्धारण करने के क्रम में आचार्य बलदेव उपाध्याय का विचार अत्यन्त सारगर्भित है, उनके अनुसार किन्हीं भी मन्त्रों के उचित उच्चारण के लिए 'शिक्षा' का, कर्मकाण्ड और यज्ञीय अनुष्ठान के लिए कल्प' का, शब्दों के रूप ज्ञान के लिए 'व्याकरण का, अर्थज्ञान तथा शब्दों के निर्वचन के निमित्त निरुक्त का तथा वैदिक छन्दों की जानकारी के लिए 'छन्द' का तथा अनुष्ठानों के उचित कालनिर्णय के लिए 'ज्योतिष' का उपयोग होता है।

उक्त वेदाङ्गों को वेद पुरुष के विभिन्न अंग के रूप में भी स्वीकारा जाता है। पाणिनीय शिक्षा में वेद पुरुष के पैर के रूप में 'छन्द', हाथ के रूप में कल्प', कान के रूप में 'निरुक्त', नेत्र के रूप में ज्योतिष नासिका के रूप में 'शिक्षा' तथा मुख के रूप में 'व्याकरण' वेदाङ्ग्गों को स्वीकारा गया है-

"छन्दः पादौ तु वेदस्य, हस्तौ कल्पोऽथ पठ्यते। ज्योतिषामयनं चक्षुर्निरुक्तं श्रोत्रमुच्यते ॥

शिक्षा घ्राणं तु वेदस्य मुखं व्याकरणं स्मृतम्। तस्मात्साङ्गमधीत्यैव ब्रह्मलोके महीयते ॥

-(पाणिनि शिक्षा, 41-42)

अब एक-एक करके इन छः वेदाङ्गों के विषय में जानते हैं-

1. शिक्षा : वैदिक मन्त्रों के सही एवं स्पष्ट उच्चारण के लिए शिक्षा वेदाङ्ग का निर्माण हुआ। वैदिक शिक्षा से सम्बन्धित सबसे प्राचीनतम ग्रन्थ प्रातिशाख्य है। वेदों की प्रत्येक शाखा के उच्चारण की प्रक्रिया को पृथक् पृथक् बतलाने के कारण ये प्रातिशाख्य कहलाते हैं।

2. कल्प : वैदिक कर्मकाण्ड को सम्पन्न करवाने के लिए निश्चित किये गये विधि नियमों का प्रतिपादन कल्पसूत्र में किया गया है। कल्प के चार भेद हैं-

(1) श्रौतसूत्र (2) गृह्यसूत्र (3) धर्मसूत्र तथा (4) शुल्बसूत्र।

3. व्याकरण : भाषा में प्रयुक्त पदों की मीमांसा करने वाला शास्त्र व्याकरण कहलाता है। तृतीय वेदाङ्ग व्याकरण के अन्तर्गत भाषा के अवयव-समासों एवं सन्धि आदि के नियम बताये गये है। आचार्य पाणिनिकृत अष्टाध्यायी संस्कृत भाषा का प्रसिद्ध व्याकरण ग्रंथ है।

4. निरुक्त : शब्दों की व्युत्पत्ति एवं निर्वचन बतलाने वाला शास्त्र निरुक्त कहलाता है। कठिन वैदिक शब्दों के संकलन, निघण्टु की व्याख्या हेतु यास्क ने निरुक्त की रचना की, जो कि भाषाशास्त्र का प्रथम ग्रन्थ माना जाता है।

5 छन्द : वेदमन्त्रों के शुद्ध उच्चारण और उनके लयबद्ध ज्ञान के लिए छन्दों की आवश्यकता है। वैदिक साहित्य में मुख्य रूप से अनुष्टुप, पंक्ति गायत्री, त्रिष्टुप, जगती, बृहती आदि छन्दों का प्रयोग किया गया है। छन्द विषय से सम्बन्धित पिंगल का छन्दःशास्त्र प्रसिद्ध ग्रन्थ है।

6. ज्योतिष : ज्योतिष का मुख्य प्रयोजन संस्कार एवं यज्ञों के लिए मुहूर्त निर्धारण करना है एवं यज्ञस्थली, मण्डप आदि का नाम बतलाना है।

ज्योतिषशास्त्र का परिचय :

वेद समस्त प्रकार के ज्ञान का मूलाधार है। अत: प्रत्यक्ष तथा अनुमान आदि प्रमाणों के द्वारा भी जिस ज्ञान की प्राप्ति न हो, उस ज्ञान की प्राप्ति में वेद ही सहायक एवं सिद्ध होते हैं। इन वेदों के अर्थ को समझने के लिए वेदाङ्गों की रचना हुई। वेदाङ्गों के अन्तर्गत ज्योतिष शास्त्र आता है।

शब्दकल्पद्रुम के अनुसार ज्योतिष शब्द की व्युत्पत्ति है- **ज्योतिषां सूर्यादि ग्रहाणां बोधक शास्त्रम्** अर्थात् सूर्य, चन्द्रमा आदि ग्रहों का ज्ञान कराने वाला शास्त्र ही ज्योतिषशास्त्र है। ज्योतिषशास्त्र त्रिस्कन्धात्मक माना गया है। इन त्रिस्कन्धों में सिद्धान्त, संहिता तथा होरा सम्मिलित है। षड् वेदाङ्ङ्गों में ज्योतिषशास्त्र को वेद पुरुष का नेत्र माना गया है। इसके महत्त्व को बतलाते हुए सिद्धान्त शिरोमणिकार कहते हैं कि कर्ण नासिका आदि अङ्गों से युक्त होकर भी यदि मनुष्य नेत्रहीन हो तो कुछ भी करने में असमर्थ होता है, इसलिए वेदों के अध्ययन के लिए ज्योतिषशास्त्र रूपी वेदाङ्ग का अध्ययन भी अति महत्त्वपूर्ण है।

वेदाङ्ग ज्योतिष या याजुष ज्योतिष :

मानव सभ्यता के आरम्भ से लेकर आज तक के कालक्रम में ज्योतिषशास्त्र ने महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाई है। वेद संहिताओं ने ज्योतिषशास्त्र के स्वरूप को पूर्णता की ओर अग्रसर करने में सहयोग किया है। ज्योतिषशास्त्र के विकास क्रम में वेदाङ्ग ज्योतिष का विशेष महत्त्व है। वेदों के ज्ञान को विकसित करने की दिशा में सभी वेदाङ्गों का महान् प्रयास रहा है, परन्तु वेदों में बताये गये यज्ञों को यज्ञमूलक काल पर करने के कारण कालविधान-शास्त्र ज्योतिषशास्त्र का महत्त्व स्वयं ही बढ़ जाता है।

वेदाङ्ग ज्योतिष ही समस्त ज्योतिषशास्त्र का अत्यन्त ही प्राचीन स्वतंत्र लक्षण ग्रन्थ है, जिसके लेखक आचार्य 'लगध मुनि' हैं। इसके मुख्यतः तीन रूप प्राप्त होते हैं- 'आर्च ज्योतिष' (ऋग्वेद से

सम्बन्धित), 'याजुष ज्योतिष' (यजुर्वेद से सम्बन्धित) तथा 'आथर्वण ज्योतिष' (अथर्ववेद से सम्बन्धित)। आर्च ज्योतिष तथा याजुष ज्योतिष में कई श्लोक समान है परन्तु इनके श्लोकों की संख्या क्रमश: 36 एवं 44 श्लोक है। दोनों ज्योतिष ग्रन्थों में प्रायः विषय समान ही है। वेदाङ्ग ज्योतिष के दोनों संस्करण ऋक् एवं याजुष ज्योतिष काल गणना को ही समर्पित हैं। ऋक् ज्योतिष के आरम्भ में ही ग्रन्थ का उद्देश्य बताने के क्रम में इसे कालविधान निर्णय के विषय मे बताया है। आथर्वण ज्योतिष में आर्च ज्योतिष तथा याजुष ज्योतिष में वर्णित विषयों की अपेक्षा अधिक विषयों का समावेश कुल 168 श्लोक किया गया है। आइये अब याजुष ज्योतिष के विषय में विस्तार से चर्चा करते हैं।

याजुष ज्योतिष में मुख्य प्रतिपाद्य विषय :

लगधप्रोक्त वेदाङ्ग ज्योतिष में पाँच वर्षों का युग, माघशुक्लादि वर्ग, अयन, ऋतु, मास, पक्ष, तिथि, पर्व, विषुवत्तिवि, नक्षत्र, अधिमास ये विषय प्रतिपादित हैं। श्रौतस्मार्तधर्मकृत्यों में इन की ही अपेक्षा होने से इस वेदांग ज्योतिष ग्रन्थ में इन विषयों का मुख्यतया प्रतिपादन किया गया है।

वैदिक ज्योतिष का जो स्वरूप हमें संहिता ग्रन्थों में उपलब्ध है, उसमें नक्षत्रों, तिथियों, चान्द्रमासों, दोनों विषुवत् और दोनों अयनों का का वर्णन उपलब्ध है और नक्षत्र गणना कृत्तिका नक्षत्र से की गई है जो उस समय वसन्त सम्पात का नक्षत्र था। उक्त विषयों का गणितीय स्वरूप हमें वेदांग ज्योतिष में उपलब्ध होता है जो गणना के द्वारा तिथियों, नक्षत्रों के मान को प्रस्तुत करता है। वेदाङ्ग ज्योतिष की गणना के अनुसार 5 वर्षों का एक युग माना गया है जो चान्द्रयुगचक्र कहा जा सकता है। एक सौर वर्ष 366 दिनों का माना गया है, इसलिए 5 सौर वर्षों में $366 \times 5 = 1830$ सावन दिन होते हैं। एक युग में 62 चान्द्रमास और 60 सौर मास होते हैं इस प्रकार 5 वर्ष में 2 अधिमास होते हैं। इन 2 अधिमासों में 30 तिथियाँ होती है। युग में 67 नाक्षत्रमास होते हैं। इसमें चन्द्रमा $67 \times 27 = 1809$ नक्षत्रों को पार करता है। युग का आरम्भ उत्तरायण अथवा

दक्षिणायनान्त से होता है, जब चन्द्रमा और सूर्य दोनों धनिष्ठा नक्षत्र पर होते है और माघमास का आरम्भ होता है। जैसे -

स्वराक्रमेते सोमार्कौ यदा साकं सवासवौ।

स्यात् तदादियुगं माघस्तपः शुक्लोऽयनंह्युदक् ॥(7)

अर्थात् जब चन्द्रमा और सूर्य एक साथ धनिष्ठा नक्षत्र पर आकाश में होते हैं तभी युग का आदि माघ और उत्तरायण का आरम्भ होता हैं, जो शुक्लपक्ष का आदि और तपमास होता है।

याजुष ज्योतिष यजुर्वेद से संबंधित वेदाङ्ग रूपी ज्योतिषशास्त्र है। डॉ.गोरख प्रसाद का मत है कि ऋक् तथा याजुष ज्योतिष दोनों ही किसी अन्य बृहद् ज्योतिषीय ग्रन्थ से संकलित है। आर्ष ज्योतिष के समान ही इस ग्रन्थ में भी काल के निर्धारण हेतु विभिन्न नियमों का विवेचन किया गया है। याजुष ज्योतिष अर्थ की दृष्टि से नितांत गम्भीर तथा महत्त्वपूर्ण है। पाश्चात्य ज्योतिषी तथा भारतीय विद्वानों ने याजुष ज्योतिष के श्लोकों के मूल अर्थ को समझाने का प्रयत्न किया है। लगध ज्योतिष में पंचांग पद्धति अत्यधिक रूप से वहीं है जो वर्तमान में प्रचलित है। मास चन्द्रमा के अनुसार चलते हैं, प्रत्येक मास 30 भागों में बाँटा जाता है जिन्हें तिथि कहते हैं। वर्ष में साधारणतः 12 महीने होते थे परन्तु आवश्यकतानुसार वर्ष का आरम्भ तथा ऋतु का सम्बन्ध बनाए रखने के लिए एक महीना बढ़ा भी दिया जाता था।

इसके आठ श्लोकों में बताया गया है कि पूर्णिमा या अमावस्या पर चन्द्रमा अपने नक्षत्र में किस स्थान पर रहता है। विषुवत् की गणना करने का विधान बतलाया गया है। विषुवत् पर दिन व रात बराबर होते हैं। ग्रहों के योग से शुभ-अशुभ फल के बारे में भी वर्णन मिलता है।

वेदाङ्ग ज्योतिष (लगध ज्योतिष) के याजुष ज्योतिष-संस्करण के प्रारम्भ के चार श्लोक अत्यन्त महत्त्वपूर्ण है। प्रथम श्लोक में युगाध्यक्ष प्रजापति की वन्दना कर प्रजापति के अङ्गों के रूप में दिन,

ऋतु, अयन तथा मास की कल्पना की गई है। इसके आगे श्लोकों में ज्योतिष वेदाङ्ग के मूल उद्देश्य तथा श्रेष्ठता का निरूपण में मयूरों की शिखा और नागों की मणि से तुलना की गई है। वेदाङ्ग ज्योतिष में काल की विभिन्न इकाईयाँ यथा- युग, सम्वत्सर, काष्ठा, आढक, पल आदि का वर्णन किया गया है। इसके अतिरिक्त नक्षत्रों के नाम तथा उनके देवताओं का कथन, दिनमान, तिथि व- नक्षत्रों का आनयन, युगारम्भ, अयन का स्वरूप तथा प्रारंभ, विषुवत्, ऋतुओं का वर्णन, पर्व की समाप्ति का निर्णय, नक्षत्रानयन, चन्द्र नक्षत्र की कलायें, किसी समय विशेष में सूर्य का नक्षत्र, दिन में सूर्य की स्थिति, ऋतु के संशोधन व उससे सम्बन्धित गणनायें, नक्षत्र दिन तथा युग का संशोधन आदि प्रमुख सिद्धान्तों का भी यहाँ वर्णन किया गया है।

वेद शब्द की कई व्याख्याओं में से सायणाचार्य की ज्योतिषशास्त्र की व्याख्या है: **इष्टप्राप्त्यनिष्टपरिहारयोः यो ग्रन्थ वेदयति स वेदः** अर्थात् जो ग्रन्थ इष्ट की प्राप्ति कराये और अनिष्ट का जिससे परिहार हो, वह वेद ग्रन्थ कहलाता है। कालविधान का अर्थ जहाँ एक ओर तो काल का उचित निर्धारण है तथा वहीं दूसरी ओर काल के अवयव दिन, ऋतु, मास, अयन आदि हैं। ज्योतिष व वेद एक-दूसरे के पूरक हैं। आचार्य लगध ने निम्न पद्य के माध्यम से यह निष्कर्ष दिया है कि जो ज्योतिष को जानता है वहीं वेद को समझता है-

वेदा हि यज्ञार्थमभिप्रवृत्ता कालानुपूर्वा विहिताश्च यज्ञाः।

तस्मादिदं कालविधानशास्त्रं यो ज्योतिषं वेद स वेद यज्ञम् ॥

(वेदाङ्ग ज्योतिष, 3)

अर्थात् वेदों में यज्ञ के जो महत्त्व बताये गये हैं वे वेदविहित समय में ही करना चाहिए। वेद में यज्ञ काल के अधीन विभक्त किये गये हैं, इसलिए ज्योतिष कालविधानशास्त्र है। अत: यज्ञ को जानने वाले ज्योतिष को जानते है। याजुष ज्योतिष का यह पद्य ज्योतिष शास्त्र की वेदाङ्गता को सिद्ध करता

है। आशय यह है कि वेदों के सम्यक अध्ययन के लिए ज्योतिषशास्त्र का अत्यन्त ही विशेष महत्त्व है।

सोमसूर्यस्तृचरितं विद्वान् वेद विदश्नुते।

सोमसूर्यस्तृचरितं लोकं लोके च सन्ततिम् ॥

(वेदाङ्ग ज्योतिष, 43)

इसके अतिरिक्त लगध ज्योतिष में कहा गया है कि वह विद्वान् जो चन्द्रमा, सूर्य व नक्षत्रों की गतियों को जानता है, वह इस लोक में सन्तति अर्थात् भौतिक सुखों को पाकर सुखी होगा और मृत्यु के पश्चात् चन्द्रमा, सूर्य व नक्षत्रों के लोक में जायेगा अर्थात् पारलौकिक सुखों को प्राप्त करेगा।

याजुष ज्योतिष में गणित का महत्त्व :

लगधाचार्य जी ने वेदाङ्गज्योतिष सर्वप्रथम गणित के महत्त्व को प्रतिपादित किया है-

यथा शिखा मयूराणां नागानां मणयो यथा।

तद्वद् वेदाङ्गशास्त्राणां गणितंमूर्ध्नि संस्थितम् ॥ (वेदाङ्गज्योतिष 2)

अर्थात् जिस प्रकार मोरों में शिखा और नागों में मणि का स्थान सबसे ऊपर है, उसी प्रकार सभी वेदांगशास्त्रों मे गणित का स्थान सबसे ऊपर है। आचार्यों ने तो यहाँ तक कहा है कि-

बहुभिर्विप्रलापैः किं त्रैलोक्ये सचराचरे ।

यत्किञ्चिद्वस्तु तत्सर्वं गणितेन विना न हि ॥

अर्थात् बहुत बातों से क्या लाभ? तीनों लोकों और चराचर जगत् में जो भी कुछ है वह बिना गणित के नहीं है।

याजुष ज्योतिष में अंक गणितीय संक्रियाएँ :

वेदाङ्ग ज्योतिष ग्रन्थ में ज्योतिष के साथ-साथ गणित की गणितीय संक्रियाओं ($+, -, \times, \div$) का भी वर्णन किया गया है। जैसे- संख्याओं का उल्लेख संकलन, वयवकलन, गुणन, विभाजन, त्रैराशिक नियम आदि। याजुष ज्योतिष में एक,दो, तीन अंक वाली संख्याओं का प्रयोग किया गया है। यथा- **एकान्तरेऽह्नि मासे च पूर्वान् कृत्वादिरुत्तरः। अर्धयो पञ्चपर्वाणां मृदू पञ्चदशाष्टमी ॥ (याजुष ज्योतिष,** 11) प्रस्तुत पद्य में एक अंक वाली तथा दो अंकों वाली संख्याओं का वर्णन आया है।

योग अथवा संकलन :

अनेक संख्याओं का एकीकरण ही संकलन कहा जाता है। संकलन से सम्बन्धित अनेक सन्दर्भ याजुष ज्योतिष में मिलते हैं इनमें से एक सन्दर्भ निम्न है:

निरेक द्वादशाभ्यस्तं द्विगुणं चापसंयुतम्। षष्ठ्या षष्ठ्या द्वाभ्या पर्वणां युत राशिरुच्यते॥

(याजुष ज्योतिष, 13)

अर्थात् वर्तमान सौराब्द मान को एक हीन कर बारह से गुणित कर गुणनफल को दो गुना कर उसमें गत पर्व को जोड़े-जोड़े हुए को साठ-साठ पदों से युत करें, यही चान्द्र पर्यो की राशि होती है।

व्यवकलन अथवा घटाव :

किसी राशि में कुछ घटाने को व्यवकलन कहा जाता है। व्यवकलन से सम्बन्धित अनेक सन्दर्भ याजुष ज्योतिष में मिलते हैं इनमें से एक सन्दर्भ निम्न है:

अतीतपर्वभागेभ्यः शोधयेद् द्विगुणां तिथिम्। तेषु मण्डलभागेषु तिथिनिष्ठां गतो रविः॥

(याजुष ज्योतिष, 22)

अर्थात् तिथिमान आनयन प्रकार सूर्योदय से गत पर्वो के भुक्त भाग को दो से गुणा कर तिथियों को उनमें से घटा दें। उस अहोरात्र वृत्त भाग में सूर्य के होने पर, सूर्य की तिथि में स्थित तिथि का मान

गत होता है।

गुणन :

गुणन से सम्बन्धित अनेक सन्दर्भ याजुष ज्योतिष में मिलते हैं इनमें से एक सन्दर्भ निम्न है:

तिथिमर्कदशाभ्यस्तां पर्वभांशसमन्विताम्। विभज्य भसमूहेन तिथिनक्षत्रमादिशेत् ॥

(याजुष ज्योतिष, 20)

अर्थात् पर्व के नक्षत्रांश से के युक्त तिथि को बारह और दस से गुणा कर उसे नक्षत्र समूह अर्थात् 124 से विभाजित कर लब्ध को तिथि सम्बन्धी नक्षत्र जानें।

विभाजन अथवा भाग :

विभाजन से सम्बन्धित अनेक सन्दर्भ याजुष ज्योतिष में मिलते हैं इनमें से एक सन्दर्भ निम्न है:

'सूर्यर्षभागान् नवभिर्विभज्य शेषं द्विरभ्यस्य दिनोपभुक्तिः ।

तिथि युता भुक्तिदिनेषु कालो योगो दिनैकादशकेन तद्भम् ॥" (याजुष ज्योतिष, 26)

अर्थात् वर्तमान सूर्य नक्षत्र के जो भुक्त भाग हो उन्हें नव से विभाजित कर फल ग्रहण करें उस फल को दो बार दो से गुणित कर गुणित फल दिनांशमान से पूर्वागत फल दिनात्मक को हीन कर शेष ग्रह करें, वही शेष सूर्य की दिनोपभुक्ति होगा।

याजुष ज्योतिष में त्रैराशिक नियम :

याजुष ज्योतिष में गणितीय संक्रियाओं के साथ त्रैराशिक नियम भी बताया गया है, जो अंकगणित का अत्यन्त प्रतिष्ठित नियम माना जाता है।

इत्युपायसमुद्देशो भूयोऽप्यह्नः प्रकल्पयेत्। ज्ञेयराशिं गताभ्यस्तं विभजेज् ज्ञातराशिना॥

(याजुष ज्योतिष, पद्य 42)

अर्थात् इस नियम के अनुसार फलराशि को इच्छाराशि से गुणा कर प्राप्त गुणनफल को प्रमाण

राशि से भाग देना चाहिए। इस प्रकार भाग करने से प्राप्त लब्धि ही इच्छा फल है। अज्ञात राशि प्राप्त करने के लिए निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है-

$$\textbf{अज्ञात राशि} = \frac{\text{इच्छा राशि} \times \text{फलराशि}}{\text{प्रमाण राशि}}$$

आइये उदाहरण से समझते हैं-

यदि 100 सेबों का मूल्य 1000 रु. है तो 300 सेबों का मूल्य कितना होगा?

उक्त उदाहरण प्रश्न में प्रमाण राशि-100, फलराशि-1000 एवं इच्छाराशि-200 है।

अतः हम जानते है:

$$\textbf{अज्ञात राशि} = \frac{\text{इच्छा राशि} \times \text{फलराशि}}{\text{प्रमाण राशि}}$$

$$\textbf{अज्ञात राशि} = \frac{\mathbf{300 \times 1000}}{\mathbf{100}} = 3000$$

अत: उपर्युक्त अध्ययन से हम समझ सकते हैं कि वेदाङ्ग ज्योतिष मुख्यतः ज्योतिष विषयक ग्रन्थ है लेकिन फिर भी इसमें यज्ञार्थ काल निर्णय की गणना के लिए गणित की आवश्यकता होने के कारण, गणितशास्त्र को महत्त्वपूर्ण माना गया है।

अध्याय : 03

संख्याओं का जगत

संख्याओं का जगत : भूमिका, गणित से झलकती संस्कृतियाँ, भाषा एवं संख्या का प्रमुख कार्य, भाषा एवं संख्याओं की महत्ता, संख्या की प्रकृति (मूर्त, अमूर्त एवं सापेक्ष), संख्याओं की रोचकता, प्रतीक के रूप में संख्याएँ, संख्याओं का निरन्तर नवीन आयाम, दर्शनशास्त्रों में गणित।

इस धरती पर बैठकर हम जितनी बड़ी दुनियाँ को देख सुन अथवा समझ सकते हैं, उतनी ही बड़ी एक और दुनियाँ है, और वह है-संख्याओं की दुनियाँ। मानव सभ्यता के प्रत्येक युग में मानव को इस विशाल संख्याओं की दुनियाँ का अनुभव होता रहा है।

गणित से झलकती संस्कृतियाँ :

वेदों में कई संख्या सूचक शब्द मन्त्र मिलते हैं, जिनका प्रयोग सम्पूर्ण विश्व में सार्वभौमिक एवं सर्वमान्य है। स्पष्ठ हैं वेदों में गणित का महत्त्वपूर्ण स्थान हैं। गणित के अध्ययन और उपयोग विभिन्न क्षेत्रों में देखा जा सकता है। मानव सभ्यता में आदिकाल से ही हमारी संस्कृतियों में गणित के ज्ञान का प्रचलन चला आ रहा है। वेदों में भी इसका वर्णन मिलता है। यहाँ कुछ वैदिक पक्ष से गणित के उपयोग के उदाहरण दिए जा रहे हैं:

यज्ञों के रचनात्मकता : वेदों में यज्ञों का विशेष महत्त्व बताया गया है। विभिन्न प्रकार के यज्ञों का लगातार योगदान हमारे समाज के धार्मिक, सामाजिक और आर्थिक जीवन में होता आ रहा है। यज्ञों की सम्पूर्णता के लिए गणित का ज्ञान होना अत्यन्त ही आवश्यक है। जैसे यज्ञशाला के मण्डप, विभिन्न प्रकार की आकृतियों वेदि, मेखला के निर्माण में ज्यामिति का भी प्रयोग होता है। यज्ञों में गणनात्मक तकनीकों का उपयोग करके यज्ञ की योजना, परिकल्पना, और निर्वाह किया जाता है।

अंक गणित : वेद के कई संख्यासूचक मन्त्रों का गणितीय चिन्तन करने पर अंक गणित का प्रयोग देखा जा सकता है, जैसे कि- गणनाएँ, मानक संख्या पद्धति, और गणितीय प्रश्न। अंक गणित का ज्ञान यज्ञाचार्य के साथ यजमान के लिए आवश्यक है ताकि वह यज्ञ में प्रयोग होने वाली वस्तुओं एवं हव्यद्रव्य (साकल्य) की सही मात्रा को लेकर पूजन को सम्पन्न कर सके।

खगोल शास्त्र : वदों में खगोल से सम्बन्धित सूर्य, ग्रह, नक्षत्रों से सम्बन्धित मन्त्र मिलते हैं। वेदों में खगोल शास्त्र का अध्ययन बीजरूप में मिलता है। वेदों में बताये गये खगोल सम्बन्धित सिद्धान्तों का प्रयोग और अनुसंधान के द्वारा वर्तमान में खगोल विज्ञान अत्यन्त ही उन्नत होकर विकसित हो रहा है।

अत: स्पष्ठ है कि वेदों में गणित के अध्ययन और उपयोग भारतवर्ष की समृद्ध संस्कृति की परम्परा के विभिन्न पहलुओं में देखा जा सकता है। धार्मिक कार्यों, यज्ञों, और वैज्ञानिक अनुसंधानों में गणित का महत्त्व लगातार संस्कृतियों के माध्यम से प्रकट होता रहा है।

विश्व के अत्यन्त ही प्राचीन ग्रन्थ यजुर्वेद में वेदि में चुनी गई ईंटों की संख्या तथा उतनी ही गायों की प्रार्थित संख्या को प्रकट करने के लिये से प्रारम्भ करके सबसे बड़ी संख्या 'परार्ध' का उपयोग किया गया है।

इमा मे अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वेका च दश च दश च शतं च शतं च सहस्रं च सहस्रं चायुतं चायुतं च नियुतं च नियुतं च प्रयुतं चार्बुदं चार्बुदं च समुद्रश्च मध्यं चान्तश्च परार्धश्चैता में अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वत्रामुष्मिँल्लोके। (यजुर्वेद 17.2)

उपर्युक्त मन्त्र में परार्ध अर्थात् 10^{12} के समतुल्य है। आज व्यवहारिक जीवन में हम असंख्य या अगण्य जिसे समझते हैं, उन्हें भी गणना करने के लिये संख्याएँ है, यदि हमारे पास गणना करने का समय एवं सामर्थ्य हो तो।

वैज्ञानिकों के एक मोटे अनुमान के अनुसार समुद्र की बूँदें 10^{30} से अधिक नहीं है। इन बूँदों की सही-सही संख्या गणना की जरूरत नहीं। परन्तु अनेक पदार्थों के माप को गिनने की जरूरत हुई तथा इन्हें संख्या के माध्यम से सही-सही जान भी लिया गया है। उदाहरण के लिये सूर्य का द्रव्यमान 10^{30} किलोग्राम है तथा एलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान 10^{-30} है। दूसरे शब्दों में मोटे तौर पर कह सकते हैं कि यदि सागर की प्रत्येक बूँद को 1 किलोग्राम वजन जितना आकार दिया जाय तो ऐसी कुल बूँदों के समूह के समतुल्य सूर्य का द्रव्यमान होगा तथा 1 किलोग्राम पिण्ड को सागर की कुल बूँदों जितने अंशों में विभाजित करने पर उनमे से केवल 1 अंश का मान एलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान होगा।

यह विवरण कोई कहानी नहीं, अपितु वैज्ञानिक सच (प्रमाण) है। वैज्ञानिको को इससे भी बड़ी दूरी वाले तारों को प्रकाश वर्ष आदि में नापने की आवश्यकता होती है। उन सब मात्रकों को अन्ततः संख्या से ही नापते हैं। इस प्रकार वस्तु चाहे छोटी से छोटी हो या बड़ी से बड़ी, मिलीमीटर से मापी गई हो या किलोमीटर से, माइक्रोस्कोप से देखी गई हो या टेलीस्कोप से- उन सबका अन्तिम परिमाप संख्या ही तो है। इस दृष्टि से तो उपनिषदों की रीति के आधार पर संख्या परिमाप का भी परिमाप तथा मात्रकों का भी मात्रक है।

भाषा तथा संख्या का सर्वप्रमुख कार्य :

संस्कृत व्याकरण में जिस अर्थ वाली धातु से 'भाषा' शब्द बना है, उसी अर्थ वाली धातु से 'संख्या' शब्द को निर्मित माना गया है। अतः दोनों शब्दों का मोटे तौर पर 'बोलना' या 'कहना' अर्थ है। इस प्रकार दोनों का मौलिक रूप से एक ही कार्य है। ये दोनों विशिष्टीकरण या विभेदीकरण करते हैं तथा इसी प्रकार किसी वस्तु की पहचान बनते हैं। विशिष्टीकरण की क्षमता में संख्याओं की क्षमता का तो कोई बरारी नहीं है। उदाहरणार्थ संख्याओं को तो खरबों आमों को, अरबों बड़े आमों को, करोड़ों बडे मीठे आमों को अनायास ही विशिष्ट कर सकती हैं। अतएव महावैयाकरण भर्तृहरि ने अपने

'वाक्यपदीय' ग्रन्थ में बिल्कुल सही कहा है-

क्रियाभेदाय काल संख्यास्तु सर्वस्य भेदिका।

अर्थात् काल क्रिया का भेदक होता है। पर संख्या सभी द्रव्यों का, उनके सभी विशेषणों का, उनकी सभी उपाधियों के विभेदन का कार्य कर सकती है।

संख्याओं की इस विशेषता के कारण इन्हें 'अंक' नाम भी दिया गया है। अंक का मूल अर्थ कोई चिह्न अथवा लक्षण है। संख्या भी विशिष्टीकरण के कार्य से अंक कही जाती है।

भाषा तथा वैदिक संख्या पद्धति का महत्त्व :

आज सम्पूर्ण विश्व में प्रयोग किये जा रहे स्थानमान के अङ्क- एक, द्वे , त्रिणि, चत्वारी, पञ्च, षष्ठ, सप्त, अष्ट, नवम के साथ शून्य ये सभी अङ्क के अतिरिक्त वेद में अनेकों संख्यासूचक वेद मन्त्र मिलते हैं। जिसमें शून्य का महत्त्वपूर्ण स्थान है शून्य शब्द सर्वप्रथम अथर्ववेद (14/02/19) में मिलता है। **शून्यैषी निर्ऋते याजगन्धोत्तिष्ठाराते प्र पत मेह रंस्था:।** जहाँ किसी अनुपलब्ध वस्तु को चाहने के लिए शून्य शब्द का प्रयोग हुआ। इन्हीं उक्त अङ्कों के प्रयोग से (कम एवं अधिक करने से) नवीन संख्या बनती है। शून्य के कारण ही दश, शत, सहस्त्र,...इत्यादि बड़ी से बड़ी संख्याओं कल्पना की जा सकती है। निम्न तैत्तिरीय संहिता के मन्त्र को ले लीजिए- जिसमें न केवल दाशमिक पद्धति के ज्ञान का प्रमाण है अपितु बड़ी से बड़ी संख्याओं के लिए नाम गढ़ने के वैज्ञानिक प्रमाण भी उपलब्ध है ।

शताय स्वाहा सहस्राय स्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुताय स्वाहाऽर्बुदाय स्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मद्धयाय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्द्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्ट्यै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहालोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। **(तैत्तिरीयसंहिता- 7/2/20)**

10^2 = शत	10^3 = सहस्त्र	10^4 = अयुत
10^5 = नियुत	10^6 = प्रयुत	10^7 = अर्बुद
10^8 = न्यर्बुद	10^9 = समुद्र	10^{10} = मध्य
10^{11} = अंत	10^{12} = परार्ध	10^{13} = उषस
10^{14} = व्युष्टि	10^{15} = देष्यत	10^{16} = उद्यत्
10^{17} = उदित	10^{18} = सुवर्ग	10^{19} = लोक

उक्त स्थानमान के अङ्कों को दाशमिक पद्धति से यह स्पष्ट होता है कि वेदों में दर्शायी गई गणना करने की सर्वमान्य विधि वर्तमान में सम्पूर्ण विश्व में प्रयोग की जा रही है। यह कहना अतिश्योक्ति नहीं होगा कि- सम्पूर्ण विश्व ने छोटे से बड़ी बड़ी गणना करना वेदों से सीखा है ।

भारतीय मनीषियों ने भाषा तथा संख्या दोनों के विशिष्टीकरण के सामर्थ्य तथा इसके महत्त्व का सूक्ष्मता से चिन्तन किया है। संस्कृत में 'मुख्य' शब्द मूल रूप से भाषा व्याकरण के तथा 'मूर्धन्य' शब्द संख्या गणित के अतिशय महत्त्व को प्रकट करने के लिये विकसित हुआ है। 'मुख्य' शब्द का मूल अर्थ वेद के मुख के समान महत्त्वपूर्ण व्याकरण है, जिसके लिये महान् गणितज्ञ भास्कराचार्य ने इस प्रकार कहा है-

यो वेद वेदवदनं सदनं हि सम्यक्। ब्रह्मयाः स वेदमपि वेद किमण्यशास्त्रम्॥

(सिद्धान्तशिरोमणि, गोलाध्याय, श्लोक 8)

अर्थात् जो वेदों के निवास स्थान, वेद के मुख-व्याकरण को जानता है, वह वेद को भी जानता है, अन्य शास्त्रों का तो कहना ही क्या! इसी प्रकार 'गणित' शब्द का सर्वप्रथम प्रयोग तथा इसे मूर्धन्य बताते हुए वेदांग ज्योतिष में **'गणितंमूर्ध्नि संस्थितम्' बताया** है-

इन्हीं कारणों से विद्वानों में यह मान्यता प्रचलित थी कि विद्याओं में एक आदर्श विद्या का नाम

है- गणित विद्या (**धीरो मनीषी ज्ञः प्राज्ञः संख्यावान् पण्डितः कविः - अमरकोश।**)। इसीलिये किसी जमाने में 'संख्या' शब्द ही 'विद्यामात्र' का तथा 'संख्यावान्' शब्द किसी भी विद्या के विद्वान् का पर्यायवाचक माना जाता था।

सत्त्वपुरुषान्यताख्यातिः संख्या। संख्यामधिकृत्य कृतं शास्त्रं सांख्यम्।

इसीलिये एक प्रमुख दर्शनशास्त्र में सर्वाधिक महत्त्वपूर्ण ज्ञान को 'संख्या' नाम तथा इसकी व्याख्या करने वाले शास्त्र को 'सांख्य' नाम प्रदान किया गया।

संख्या की प्रकृति :

संख्या की प्रकृति को तीन प्रमुख श्रेणियों में विभाजित किया जा सकता है: मूर्त, अमूर्त और सापेक्ष।

1. **मूर्त संख्या :** मूर्त संख्याएँ वे होती हैं जिनका प्रत्यक्ष रूप से मान निर्धारित किया जा सकता है, जैसे कि 1, 2, 3, 100, 1000 आदि। इन्हें हम उंगलियों से गिनने या किसी मापन यंत्र का प्रयोग करके निर्धारित कर सकते हैं।

2. **अमूर्त संख्या :** अमूर्त संख्याएँ वे होती हैं जिनका निर्धारण या प्रतिनिधित्व किसी प्राकृतिक वस्तु से नहीं किया जा सकता, जैसे कि बिना तिरछी रेखाओं के निर्देश के उपयोग किए जाते हैं। उदाहरण के रूप में, "सबसे बड़ा संख्या", "सबसे छोटी संख्या", "कुछ संख्या" आदि। ये संख्याएँ अक्सर अभिव्यक्तियों या व्याख्याओं के रूप में होती हैं, जो एक परिस्थिति को विवरण या समझाने के लिए प्रयुक्त होती हैं।

3. **सापेक्ष संख्या :** सापेक्ष संख्याएँ उन्हें कहा जाता है जो एक सम्पूर्ण परिस्थिति के आधार पर देखी जाती हैं, और उन्हें अन्य संख्याओं के साथ तुलना के लिए प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के रूप में- दोगुना, तिगुना, आधा, अधिकतम, न्यूनतम, बायाँ, दायाँ, छोटा, बड़ा आदि। ये संख्याएँ एक

सन्दर्भ में आवश्यक होती हैं और अन्य संख्याओं के साथ तुलना के लिए प्रयोग किया जाता है।

इस प्रकार, संख्याओं की प्रकृति मूर्त, अमूर्त और सापेक्ष के आधार पर विभाजित की जा सकती है।

संख्या प्रतीकों के रूप में :

गणित के विद्वानों सापेक्ष अचर राशियों के साथ गणितीय संक्रियाओं के क्रम में ऐसी संख्याओं की आवश्यकता होती थी, जो ऐसी किसी भी अनिश्चित या अज्ञात राशि को सूचित कर सकें। इन्हें अक्षरों के प्रतीकों द्वारा व्यक्त किया गया। विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं को अज्ञात राशियों के किसी प्रतीक के रूप को प्रयोग अज्ञात राशी को ज्ञात करने में सुविधा होती है। इस प्रकार अज्ञात राशी को ज्ञात करने की विधियों का निरन्तर विकास होता गया तथा अन्त में इससे बीज गणित शास्त्र का रूप ले लिया।

संख्याओं का निरन्तर नया संसार

विश्व में मानव सभ्यता के विकास के साथ-साथ संख्याओं के प्रयोग के निरन्तर नवीन आयाम विकसित होते आ रहे हैं। वास्तव में इनका यह विकास ही प्रगति का पैमाना बन गया है। वर्तमान में भारत के प्रत्येक नागरिक पहचान आधार कार्ड नम्बर से हो रहा है। आज परीक्षार्थी की सम्पूर्ण परीक्षा प्रणाली में उसके रोल नम्बर से पहचाना जाता है। डाकखाने में शहर अथवा प्रदेश की जानकारी के लिये पिन कोड को सबसे बढ़िया एवं प्रामाणिक माना जाता है। टेलीफोन सुनिश्चित नम्बरों के द्वारा ही सुदूर स्थानों की सही पहचान करते हैं। कम्प्यूटर केवल निश्चित नम्बरों से निर्मित कोड के द्वारा अपने जटिल से जटिल कार्य को तत्काल पूरा करने में सफल होते हैं। इस प्रकार आधुनिक प्रगति में संख्याओं का कई तरह से प्रयोग हो रहा है।

अध्याय : 04

वैदिक गणित के सूत्र

वैदिक गणित के सूत्र : वैदिक गणित के सूत्रों की उपादेयता, वैदिक गणित के सूत्र एवं उपसूत्र, शब्दसूत्रों की विशेषताएँ, आधुनिक दैनिक जीवन में वैदिक गणित के प्रयोग, पारम्परिक एवं वैदिक विधियों की तुलना ।

वैदिक गणित के सूत्रों की उपादेयता :

वैदिक गणित के सूत्रों की उपादेयता समझने के लिए हमें पहले वैदिक गणित का मूल उद्देश्य समझना आवश्यक है। वैदिक गणित का प्रमुख उद्देश्य साधारण गणित के तरीकों से अधिक शीघ्रता और सरलता के साथ गणना करना है। इसके सूत्रों की उपादेयता उन्हें सरल और प्रभावी बनाने के लिए है। वैदिक गणित के सूत्रों की उपादेयता कुछ मुख्य तत्वों पर आधारित होती है, जैसे:

1. **सरलता** (Simplicity): वैदिक गणित के सूत्रों का मुख्य लक्ष्य गणना को सरल बनाना है। इससे विभिन्न गणितीय प्रश्नों को आसानी से हल किया जा सकता है।
2. **अनुप्रयोग** (Applicability): इन सूत्रों की उपादेयता यह भी है कि वे विभिन्न प्रकार के गणितीय समस्याओं का समाधान करने में सहायक हों। यह सूत्र विभिन्न विधियों के साथ संगत होने चाहिए।
3. **समय की बचत** (Time-saving): वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग करके गणना को बहुत कम समय में पूरा किया जा सकता है। इससे गणित के प्रयोग में समय की बचत होती है।
4. **समझने में सहायक** (Ease of Understanding): सूत्रों की उपादेयता यह भी है कि वे सरल और समझने में आसान हों, ताकि छात्र उन्हें आसानी से समझ सकें और उनका उपयोग कर

सकें।

5. **प्रभावी उपयोग (Effective Usage):** वैदिक गणित के सूत्रों की उपादेयता यह भी है कि वे गणितीय समस्याओं के समाधान के लिए प्रभावी हों। यानी वे न केवल सरल हों, बल्कि वास्तविक जीवन में भी उपयोगी हों।

विद्यार्थियों को वैदिक गणित अध्ययन करने का मुख्य लक्ष्य गणना को सरल और प्रभावी बनाना है ताकि विद्यार्थियों उन्हें सही तरीके से समझ सकें और उनका उपयोग कर सकें। इससे गणित का अध्ययन और उपयोग आसान और रोचकपूर्ण बन जाता है।

वैदिक गणित के सूत्र एवं उपसूत्र :

वैदिक गणित में कुल 16 सूत्र शब्दसूत्र बताये गये हैं, इन सूत्रों की सहायता से गणितीय गणनाओं को अत्यन्त ही सरलता से किया जा सकता है।

सूत्र –

1) एकाधिकेन पूर्वेण – पूर्व से एक अधिक द्वारा
2) निखिलं नवतश्चरमं दशत: - सभी नौ से अन्तिम दस से
3) ऊर्ध्वतिर्यग्भ्याम् – आड़ा और तिरछा
4) परावर्त्य योजयेत् – विलोम का प्रयोग करें
5) शून्यं साम्यसमुच्चये – समुच्चय समान होने पर शून्य होता हैं ।
6) आनुरूप्ये शून्यमन्यत् – यदि एक अनुपात में है, तो दूसरा शून्य होगा ।
7) सङ्कलन-व्यवकलनाभ्याम् – जोड़ने एवं घटाने से
8) पूरणापूरणाभ्याम् – पूर्ण एवं अपूर्ण से
9) चलनकलनाभ्याम् - युगपत् गति

10) यावदूनम् - जितना कम हो

11) व्यष्टि समष्टि: - समग्र एक ही तरह और एक समग्र की तरह

12) शेषाण्यङ्केन चरमेण - शेष को अन्तिम अङ्क से

13) सोपान्त्य द्वयमन्त्यम् - अन्त के साथ उपान्त को दोगुणा जोड़कर

14) एकन्यूनेन पूर्वेण - पूर्व से एक कम द्वारा

15) गुणित समुच्चय: - गुणनफल की गुणन संख्याओं का योग

16) गुणक समुच्चय: - गुणनखण्डों का समुच्चय

उपसूत्र –

1) आनुरूप्येण - अनुपात से

2) शिष्यते शेषसंज्ञ: - शेष से शेष ज्ञात करना

3) आद्यमाद्येनान्त्यमन्त्येन - पहले को पहले से और अन्तिम को अन्तिम से

4) केवलै: सप्तकं गुण्यात् - केवल सात के गुणज

5) वेष्टनम् - आश्लेषण (विभाजनीयता परीक्षण की विशिष्ट क्रिया का नाम)

6) यावदूनम तावदूनम - जितना कम हो, उतना और कम करें

7) यावदूनम तावदूनीम कृत्य वर्गं च योजयेत् – जितना कम हो, उसका दोगुणा कम करके वर्ग प्रयोग करें ।

8) अन्त्ययोर्दशकेऽपि - जब अन्तिम अङ्कों का योग दस हो ।

9) अन्त्ययोरेव - केवल अन्तिम को ही

10) समुच्चय गुणित: - समुच्चयों का गुणनफल

11) लोपनस्थापनाभ्याम् - लोपन और स्थापना से

12) विलोकनम् – देखकर

13) गुणित समुच्चय: समुच्चयगुणित: - गुणनफल का समुच्चय, समुच्चय का गुणनफल होता है।

वैदिक गणित के सूत्रों की विशेषताएँ :

वैदिक गणित के सूत्रों की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं:

1. **सरलता (Simplicity):** वैदिक गणित के सूत्र सरलता और सहजता के साथ गणना करने का उपाय प्रदान करते हैं।
2. **प्राचीनता (Antiquity):** ये सूत्र प्राचीन गणितीय परंपरा का हिस्सा हैं, जिनका उपयोग प्राचीन समय से किया जाता आ रहा है।
3. **प्रभावशीलता :** वैदिक गणित के सूत्र गणितीय समस्याओं को हल करने के लिए प्रभावी और दक्ष होते हैं।
4. **आधुनिक जीवन में उपयोग :** ये सूत्र आधुनिक दैनिक जीवन में भी उपयोगी हैं, जैसे कि वित्त, गणितीय समस्याओं का समाधान, आदि।
5. **अभ्यास की सरलता :** वैदिक गणित के सूत्रों को सीखना और उनका अभ्यास करना सरल होता है, जिससे छात्रों को गणित की समझ में सहायता मिलती है।
6. **अभिनवता :** ये सूत्र विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं के लिए नई और अनूठी गणना के तरीके प्रस्तुत करते हैं।
7. **सामाजिक प्रभाव :** वैदिक गणित के सूत्रों का अध्ययन और प्रयोग सामाजिक और आर्थिक उन्नति में भी महत्त्वपूर्ण योगदान करते हैं।
8. **गणितीय विज्ञान के साथ संगतता :** ये सूत्र गणितीय विज्ञान के नियमों और तकनीकों के साथ

अनुकूल होते हैं, जो गणित के विभिन्न क्षेत्रों में उपयोगी हैं।

इन विशेषताओं के कारण, वैदिक गणित के सूत्र गणित के क्षेत्र में महत्त्वपूर्ण स्थान रखते हैं और छात्रों को गणित की समझ और प्रयोग करने में मदद करते हैं।

आधुनिक दैनिक जीवन में वैदिक गणित के प्रयोग :

वैदिक गणित के सूत्रों का दैनिक जीवन में उपयोग काफी अनेक रूपों में किया जा सकता है। यहाँ विभिन्न क्षेत्रों में इसका उपयोग के उदाहरण दिए जा रहे हैं:

- **शीघ्र गणना** : वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग करके, व्यक्तिगत और व्यापारिक गणना को तेजी से किया जा सकता है। इससे लाभ यह होता है कि समय और ऊर्जा की बचत होती है।
- **गणितीय समस्याओं का समाधान** : वैदिक गणित के अद्वितीय तरीकों का उपयोग करके विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं का समाधान किया जा सकता है, जैसे कि भाग करना, गुणा करना, वर्गमूल आदि।
- **प्रतियोगिताओं में उपयोग** : वैदिक गणित के सूत्रों का अभ्यास करके छात्र प्रतियोगिताओं में भाग लेते हैं और गणितीय प्रश्नों को तेजी से हल करने में सफलता प्राप्त करते हैं।
- **व्यापारिक गणित** : वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग व्यापारिक क्षेत्रों में भी किया जा सकता है, जैसे कि लाभ, हानि, ब्याज, आदि की गणना में।
- **विकल्पात्मक गणितीय सिद्धांत** : वैदिक गणित के सूत्रों का अध्ययन करके, लोग विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं का नया और अनूठा हल निकाल सकते हैं।
- **गणितीय समस्याओं का शीघ्र हल** - वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग करके, हम गणितीय समस्याओं का शीघ्रता से हल कर सकते हैं।
- **मनोरंजन** : वैदिक गणित के सूत्रों का अध्ययन और प्रयोग व्यक्तिगत मनोरंजन के लिए भी किया

जा सकता है। वैदिक गणित के सूत्रों का अध्ययन करके, विद्यार्थी विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं का नया और अनूठा हल निकाल सकते हैं।

- **सांख्यिकीय विश्लेषण**: वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग विभिन्न सांख्यिकीय विश्लेषणों में किया जाता है, जैसे कि आवश्यकता के हिसाब से डेटा का विश्लेषण।
- **रोजगार और व्यावसायिक शैक्षिक क्षेत्र**: वैदिक गणित के सूत्रों का उपयोग रोजगार और व्यावसायिक शैक्षिक क्षेत्रों में भी किया जाता है, जैसे कि बैंकिंग, अनुसंधान, और अध्ययन क्षेत्र।

इन प्रयोगों के माध्यम से, वैदिक गणित के सूत्रों का दैनिक जीवन में व्यापक और उपयोगी योगदान होता है। वैदिक गणित के सूत्रों का अध्ययन करके, विद्यार्थी विभिन्न प्रकार की गणितीय समस्याओं का नया और अनूठा हल निकाल सकते हैं।

पारम्परिक एवं वैदिक गणित की विधियों की तुलना

पारंपरिक और वैदिक गणित कि विधियों कई अंतर है, जिसमें प्रमुख अन्तर निम्न है :

उत्पत्ति : पारंपरिक गणित की कई गणितीय अवधारणाओं कि उत्पत्ति कुछ वर्ष मानी जाती है जबकि वैदिक गणित के सूत्रों की अवधारणाओं को अपौरुषय वेद् एवं वैदिक साहित्य में निहित है।

गणना की विधि : पारंपरिक गणित में गणना की विधियाँ द्वारा गणितीय संक्रिया करने में अधिक समय लगता है तथा गलती होने की सम्भावना अधिक होती है जबकि वैदिक गणित की शब्द् सूत्र विधि के द्वारा किसी भी गणितीय संक्रिया को बड़े ही सरलता के साथ हल किया जा सकता है।

स्तर : पारंपरिक गणित में कई उच्च स्तरीय गणितीय अवधारणा समाहित है जबकि वैदिक गणित के द्वारा दैनिक जीवन में उपयोगी गणितीय संकल्पना सम्मिलित है।

अध्याय : 05

वैदिक गणितीय शब्दावली

वैदिक गणितीय शब्दावली : चरमाङ्क, निखिल अंक, बीजांक, परममित्र अङ्क, आधार, उपाधार, विचलन, विनकुलम् संख्या, सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या मे बदलना, विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या मे बदलना, विनकुलम् संख्या के प्रयोग से पहाड़े लिखना ।

विद्यार्थियों ! वैदिक गणित के सूत्र एवं उपसूत्र के अतिरिक्त गणितीय गणनाओं को सरल बनाने के लिए वैदिक गणित की शब्दावली को जानना भी अत्यन्त आवश्यक हो जाता है। इस अध्याय में हम वैदिक गणित की शब्दावली को समझेंगे।

चरमाङ्क : किसी भी दी गई संख्या का चरमाङ्क (चरम् अंक) उस संख्या का अन्तिम इकाई का अंक होता है।

जैसे: 4152 का चरमाङ्क 2 है।

निखिल अंक : किसी भी दी गई संख्या के चरमाङ्क (चरम् अंक) को छोड़कर अन्य अंक उस संख्या के निखिल अंक होते हैं।

जैसे: 4152 का निखिल अंक 415 है।

बीजांक : किसी दी गई संख्या के अङ्कों का परस्पर योग उस संख्या का बीजाङ्क (आङ्किक योग) कहलाता है । यह बीजाङ्क केवल एक ही अङ्क का होता है और यदि एक से अधिक अङ्क का हो, तो उन अङ्कों को पून: से जोड़कर एक अङ्क का बना लिया जाता है । जैसे-

(75 का आङ्किक योग 7+5= 12, किन्तु दो अङ्क हैं, इसलिए 1 + 2 = 3)

बीजाङ्क ज्ञात करते समय '9' को 0 के समतुल्य माना जाता है क्यों ?

जैसे: 521 का बीजाङ्क - 5 + 2 + 1 = 8 है।

अत: 521 का बीजांक 8 है।

परममित्र : किन्हीं दो अङ्कों को आपस में जोड़ने पर उनका योगफल 10 हो तो वे दोनों अङ्क परस्पर परममित्र अङ्क कहलाते हैं। जैसे - 8 का परममित्र अङ्क 2 होता है। इसी प्रकार 7 का परममित्र अङ्क 3 होता है।

- **आधार –**

गणनाओं को सरल बनाने के लिए वैदिक गणित में 10, 100, 1000 या 10 की घात को **आधार** माना जाता है ।

ध्यान रखें –

आधार में जितने शून्य होते हैं । उतने ही अङ्क गुणनफल में दाहिने पक्ष में रखते हैं । अङ्क संख्या की कमी होने पर 0 मिलकर पूरी संख्या लिखते हैं । यदि दाहिने पक्ष में अङ्क अधिक तो बायें पक्ष में अङ्क जोड़ते हैं ।

जैसे : आधार संख्या 10 में दाहिने तरफ 1 अङ्क, आधार संख्या 100 में दाहिने तरफ 2 अङ्क, आधार संख्या 1000 में दाहिने तरफ 3 अङ्क लिखते हैं ।

- **उपाधार –**

उपाधार आधार संख्या का गुणज होता है अधिकतर यह शून्यान्त संख्या होती है । यदि आधार संख्या 10 की गुणज हो (20, 30, 40, 50, 60, 70…………) या आधार संख्या 100 की गुणज (200, 300, 400…………………..) इत्यादि। यदि आपका आधार = 10 तो उपाधार = 10 × a यहाँ a एक पूर्ण संख्या है।

जैसे: आधार = 20 = 10 × 2

तब, आधार = 10 और उपाधार = 2 है ।

- **विचलन –**

दी गई संख्या में से आधार घटा दिया जाए , तो शेषफल **विचलन** कहलाता है ।

विचलन = संख्या – आधार

जैसे :

जब आधार 10 हो ।	जब आधार 100 हो ।
18 का विचलन = 10 + 8 = +8	102 का विचलन = 102 – 100 = +2
8 का विचलन = 8 – 10 = –2	93 का विचलन = 93 – 100 = – 3
12 का विचलन = _________	92 का विचलन = _________

यदि संख्या आधार संख्या से बड़ी हो तो **विचलन धनात्मक** होता है । यदि संख्या आधार संख्या से छोटी हो तो **विचलन ऋणात्मक** होता है ।

करो और सीखो: निम्न अङ्कों के परम्मित्र अङ्क लिखकर सारणी को पूर्ण करें ।

अङ्क	परममित्र अङ्क	अङ्क	परममित्र अङ्क
1	9	4	
7		5	
6		2	
3		6	

- **विनकुलम् (ऋणात्मक) संख्या -**

विनकुलम् प्रयोग की सङ्कल्पना वैदिक गणित की देन है । विनकुलम् प्रयोग से गणनाएँ छोटी एवं सरल तथा कभी-कभी मौखिक भी हो जाती है । इसका प्रयोग 5 से बड़े अङ्क (6, 7, 8, 9) वाली संख्या को छोटे अङ्क (0, 1, 2, 3, 4, 5) में बदली जाती है । जिससे गणना आसान हो जाती है ।

जैसे : $\overline{1}\,\overline{2}, \overline{5}, \overline{7}$अङ्कों के ऊपर छोटी सी रेखा विनकुलम् (–)चिह्न है ।

1) **सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलना ।**

(एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र + निखिलम् सूत्र)

जब सामान्य संख्या 5 या 5 से अधिक से बडा हो तो निखिलम् सूत्र से उसे विनकुलम् संख्या में बदला जा सकता है ।

विधि – 1) संख्या के इकाई अङ्क को 10 से घटाइये ।

2) संख्या के शेष अङ्क का 9 से घटाइये ।

3) शेषफल के प्रत्येक अङ्क पर विनकुलम् रेखा खींचिए ।

4) शेषफल के पूर्व अङ्क 0 अथवा 5 से छोटे अङ्क पर एकाधिकेन का चिह्न लगाइये।

आइए, उदाहरणों से स्पष्ट करते हैं ।

1) **सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलना ।**

उदाहरण : 2 2 7 सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलिए।

हल : संख्या 2 2 7 को विनकुलम् संख्या में बदलने पर –

2 2 7

$= \; 2\,\dot{2}\,\overline{3}$

$= 2\;3\;\bar{3}$

उदाहरण : 4 6 8 सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलिए।

हल : संख्या 4 6 8 को विनकुलम् संख्या में बदलने पर –

$$4\;6\;8$$

$$= 4\;\dot{6}\;\bar{2}$$

$$= 4\;7\;\bar{2}$$

$$= \dot{4}\;\bar{3}\;\bar{2}$$

$$= 5\;\bar{3}\;\bar{2}$$

2) विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या मे बदलना

(एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र + निखिलम् सूत्र)

विधि –

1) इकाई अङ्क के धनात्मक मान को 10 से घटाइये ।

2) शेष निखिलम् अङ्कों (इकाई के अङ्कों छोड़कर) के धनात्मक मानों को 9 से घटाइये।

3) आवश्यकतानुसार उपर्युक्त क्रियाविधि को दोहराइये (आवृत्ति) कीजिए ।

आइए , उदाहरणों से स्पष्ट करते हैं ।

उदाहरण : - $1\;\bar{4}$ विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलिए।

हल : संख्या $1\;\bar{4}$ को विनकुलम् संख्या में बदलने पर

$$= 1\;\bar{4}$$

$$= \underset{\cdot}{1}\;6$$

= 06

उदाहरण : $2\bar{7}$ विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलिए।

हल : संख्या $2\bar{7}$को विनकुलम् संख्या में बदलने पर

$2\bar{7}$

= $\underset{\cdot}{2}3$

= 13

उदाहरण : $6\bar{2}\bar{4}$ विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलिए।

हल : संख्या $6\bar{2}\bar{4}$को विनकुलम् संख्या में बदलने पर

= $6\bar{2}\bar{4}$

= $\underset{\cdot}{6}8\bar{4}$

= $58\bar{4}$

= $5\underset{\cdot}{8}6$

= 576

पहाड़े लिखने की वैदिक गणित पद्धति (विनकुलम् से) :-

वैदिक चिन्तन में पहाड़ों के क्रम (गुणज) का कई मन्त्रों में प्रमाण मिलता है।

- **10 का पहाड़ा-**

दशभ्य: स्वाहा विंशत्यै स्वाहा त्रिंशते स्वाहा चत्वारिंशते स्वाहा पञ्चाशते स्वाहा षष्ट्यै स्वाहा सप्तत्यै स्वाहाऽशीत्यै स्वाहा नवत्यै स्वाहा शताय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा।

(तैत्तिरीय संहिता : 7/2/18)

- **20 का पहाड़ा-**

विंशत्यै स्वाहा चत्वारिंशते स्वाहा षष्ट्यै स्वाहाऽशीत्यै स्वाहा शताय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीय संहिता : 7/2/18)

उपर्युक्त मन्त्र में 10 का पहाड़ा (100 तक)एवं 20 का पहाड़ा का उल्लेखित है । इसके अतिरिक्त तैत्तिरीय संहिता के 7/2/15 (4 का पहाड़ा 20 तक) एवं तैत्तिरीय संहिता (7/2/16) (5 का पहाड़ा 20 तक) में भी उल्लेख मिलता है।

आइए, वैदिक गणित में विनकुलम् संख्या से पहाड़े लिखना सीखते हैं । जिससे पहाड़े, पहाड़ जैसे न लगकर बहुत सरल हो जाते हैं।

विधि :- (i) जिस संख्या का पहाड़ा लिखना है उसे विनकुलम् में बदलिए।

(ii) विनकुलम् संख्या के दहाई व इकाई अङ्कों को पहचाने ।

(iii) निर्देशानुसार विनकुलम् अङ्कों में क्रमशः दायीं ओर घटाये एवं बायीं ओर जोड़ते जाए। (विनकुलम संख्या के संबंधित अंकों के साथ)

आइये,हम उपर्युक्त विधि अनुसार पहाड़े लिखते है।

उदाहरण: 9 का पहाड़ा लिखिए।

हल: 09 को विनकुलम् $9 = 10 - 1 = 1\bar{1}$

यहाँ $1\bar{1}$ के इकाई अङ्क $\bar{1}$ यानि एक कम होता है एवं दहाई का अङ्क एक अधिक होता है।

$$\begin{array}{ccccc} & & 09 & & \\ & & \underline{1\bar{1}} & & \\ & & 09 & & \\ (0+1) & \rightarrow & 18 & \leftarrow & (9-1) \\ (1+1) & \rightarrow & 27 & \leftarrow & (8-1) \\ (2+1) & \rightarrow & 36 & \leftarrow & (7-1) \\ (3+1) & \rightarrow & 45 & \leftarrow & (6-1) \\ (4+1) & \rightarrow & 54 & \leftarrow & (5-1) \\ & & 63 & & \\ & & 72 & & \\ & & 81 & & \\ & & 90 & & \end{array}$$

इसी तरह आगे भी

उदाहरण : 8 का पहाड़ा लिखिए ।

हल:

$$\begin{array}{lcccl}
 & & 08 & & \\
 & & \underline{1\bar{2}} & & \\
 & & 08 & & \\
(0+1) & \rightarrow & 16 & \leftarrow & (8-2) \\
(1+1) & \rightarrow & 24 & \leftarrow & (6-2) \\
(2+1) & \rightarrow & 32 & \leftarrow & (4-2) \\
(3+1) & \rightarrow & 40 & \leftarrow & (2-2) \\
(4+1) & \rightarrow & 5\bar{2} = 48 & \leftarrow & (0-2=\bar{2}) \\
(4+1) & \rightarrow & 56 & \leftarrow & (8-2=6) \\
 & & 64 & & \{\text{इसी तरह आगे भी}\} \\
 & & 72 & & \\
 & & 80 & &
\end{array}$$

{ $5\bar{2}$ को सामान्य रूप में बदलने पर $5\bar{2}$
$58 = 48$ }

हम इस तरह से कई पहाड़े बना सकते हैं।

17 का पहाड़ा बनाइये :-

सामान्य संख्या		17		
		$\dot{1}\bar{3}$		
विनकुलम् संख्या		$2\bar{3}$		
		17		$2\bar{3} = 20 - 3 = 17$
$(1 + 2)$		34	$(7 - 3) = 4$	
$(3 + 2)$		51	$(4 - 3) = 1$	
$(5 + 2)$	$7\bar{2}$ =	68	$(1 - 3 = -2)$	$7\bar{2}$ का सामान्य रूप 68 है।
$(6 + 2)$		85	$(8 - 3) = 5$	$17 = 20 - 3 = 2\bar{3}$
$(8 + 2)$		102	$(5 - 3) = 2$	
$(10 + 2)$	$12\bar{1}$ =	119	$(2 - 3 = \bar{1})$	$(12\bar{1} = 129 = 119)$
$(11 + 2)$		136	$(9 - 3 = 6)$	
$(13 + 2)$		153	$(6 - 3 = 3)$	
$(15 + 2)$		170	$(3 - 3 = 0)$	

अध्याय : 06

एकाधिकेण पूर्वेण सूत्र के अनुप्रयोग

एकाधिकेण पूर्वेण सूत्र के अनुप्रयोग : एकाधिकेन, एकाधिकेन पूर्वेण, एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा योग, व्यवकलन एवं गुणन, एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा भिन्न को सरल करना, साधारण भिन्न को दशमलव में बदलना।

एकाधिकेन :-

जिस संख्या का एकाधिक करना होता है तो उस संख्या के इकाई अङ्क (दायें ओर से प्रथम अङ्क) के ऊपर एक बिन्दु (•) लगा देते हैं, यह बिन्दु एकाधिक चिह्न कहलाता है। **एकाधिकेन = एक अधिक करना**

एकाधिक संख्या	एकाधिक सङ्केत	नवीन संख्या
3 का एकाधिक	$\dot{3}$	4
7 का एकाधिक	$\dot{7}$	8
12 का एकाधिक	$1\dot{2}$	13
125 में 2 का एकाधिक	$1\dot{2}5$	135
245 में 5 का एकाधिक	$24\dot{5}$	246

एकाधिकेन पूर्वेण :-

एकाधिकेन पूर्वेण दो शब्द "एकाधिक" और "पूर्व" से बना है। इन शब्दों का अर्थ "पूर्व से एक अधिक" है। निम्नलिखित को ध्यान से देखें व समझें -

जैसे :- (i) संख्या 42 में 2 का पूर्व अङ्क 4 है।

(ii) संख्या 743 में 4 का पूर्व अङ्क 7 है।

(iii) संख्या 134 में 1 का पूर्व अङ्क 0 है।

अतः, संख्या 134 को 0134 के रूप में लिख सकते है।

ध्यान दीजिए :-

संख्या 4732 में अङ्क 2 का **एकाधिकेन पूर्वेण** लिखना है। जिसका सङ्केत

$47\dot{3}2$ से नया मान प्राप्त होता है = 4742

इस प्रकार,

4732 में 3 का एकाधिकेन पूर्वेण = $4\dot{7}32$

अतः नया मान 4832 प्राप्त होगा।

निम्नलिखित सारणी को पूर्ण करें।

संख्या	**एकाधिकेन पूर्वेण सङ्केत**	**नवीन संख्या**
16 में अङ्क 6	$\dot{1}6$	26
325 में अङ्क 5	$3\dot{2}5$	335
275 में अङ्क 2	$\dot{0}275$	1275
2017 में अङ्क 0	$\dot{2}017$	3018
2123 में अङ्क 3		
2257 में अङ्क 5		
2697 में अङ्क 9		

2217 में अङ्क 1		
2854 में अङ्क 5	$2\dot{8}54$	
2127 में अङ्क 1		
197 में अङ्क 7	$1\dot{9}7$	207

एकाधिकेन पूर्वेण विधि द्वारा योग करना

इस विधि में दो अङ्कों का योग 10 या अधिक होते ही पूर्व अङ्क पर एकाधिकेन का चिह्न लगा देते हैं। यही प्रक्रिया आगे चलती रहती है।

उदाहरण : संख्या 18 एवं 36 का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\,\dot{3}6 \\ \hline 54 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) दाहिने अङ्कों का योग = 8 + 6 = 14

(ii) जो 10 से अधिक है अतः नीचे 4 लिखेंगे तथा 6 के पूर्व अङ्क 3 पर एकाधिकेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) $1 + \dot{3}$ $(\dot{3} = 3 + 1)$

$= 1 + 4 = 5$

उदाहरण : 7 रुपये 70 पैसे , 23 रुपये 45 पैसे एवं 38 रुपये 50 पैसे को जोड़िये।

हल :

रुपये	**पैसे**
7 .	70
$\dot{2}\dot{3}$.	45
+ 38 .	50
69 .	65

सङ्केत

(i) 0 + 5 + 0 = 05

(ii) 7 + 4 = 11 अतः 4 के पूर्वेण अङ्क 3 पर एकाधिकेन चिह्न लगता है। शेषफल 1 + 5 = 06 लिखा गया योग दहाई के स्थान पर ।

(iii) 7 + $\dot{3}$ = 11 अतः 3 के पूर्व अङ्क 2 पर एकाधिकेन चिह्न

(iv) शेषफल 1 + 8 = 9 नीचे लिखा योग में सैकड़े के स्थान पर।

(v) $\dot{2}$ + 3 = 6 नीचे लिखा योग के स्थान पर।

वैदिक गणित से गुणा :-

12	←	गुण्य
× 3	←	गुणक
36	←	गुणनफल

अन्त्ययोर्दशकेऽपि सूत्र एवं एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा गुणा :-

वैदिक गणित में यह सूत्र गुणन करने में वहीं काम आता है, जहाँ -

(i) गुण्य और गुणक के इकाई के अङ्कों का योग 10 हो तथा शेष अङ्क समान हो।

(ii) इकाई के अङ्कों का गुणनफल दो अङ्क में बनाकर दायीं तरफ लिखेंगे।

(iii) शेष समान अङ्क का उसके एकाधिकेन से गुणन करने पर प्राप्त गुणनफल को बायीं तरफ लिखेंगे।

उदाहरण : 24 को 26 से गुणा करें।

हल :

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 26 \\ \hline 624 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) $4 + 6 = 10$ है तथा गुण्य व गुणक के शेष अङ्क समान हैं।

(ii) $4 \times 6 = 24$ को दाहिनी तरफ लिखेंगे और

(iii) शेष अङ्क समान अङ्क 2 का एकाधिकेन 3 का गुणा

$= 2 \times 3 = 6$ गुणनफल में बायीं तरफ लिखेंगे।

उदाहरण : 93 को 97 से गुणा कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 93 \\ \times\ 97 \\ \hline 9021 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) इकाई का अङ्कों का योग $= 3 + 7 = 10$

(ii) गुण्य और गुणक के दहाई के अङ्क (समान अङ्क) $= 9$

अतः दायाँ हिस्सा $= 3 \times 7 = 21$

बायाँ हिस्सा $= 9 \times$ (9 का एकाधिकेन)

$= 9 \times 10 = 90$

अतः, $93 \times 97 = 9021$

उदाहरण : 59 और 51 का गुणा करें -

हल :

49 $\times$ 41 2009	**सङ्केत** (i) 9 + 1 = 10 अतः 9 व 1 का गुणा करें। 9 $\times$ 1 = 9 जिसे हम 09 लिखेंगे (दो अङ्कों में लिखते हैं) (ii) समान अङ्क 4 है जिसका एकाधिकेन 5 से गुणा करें। 4 $\times$ 5= 20 बायें भाग में लिखा।

अतः, 59 $\times$ 51 = 3009

उदाहरण : 91 में 99 का गुणा करें -

हल :

91 $\times$ 99 9009	**सङ्केत** (i) 1 + 9 = 10 अतः 9 व 1 का गुणा करें। 9 $\times$ 1 = 9 जिसे हम 09 दायें भाग में लिखें। (दो अङ्कों में लिखते हैं) (ii) समान अङ्क 9 है जिसका एकाधिकेन 10 से गुणा करें। 9 $\times$ 10 = 90 बायें भाग में लिखा।

अतः, 59 $\times$ 51 = 3009

अभ्यास प्रश्न

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) संख्या 12 का एकाधिकेन होगा-

(I) 11 (II) 13 (III) 21 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) संख्या 125 में 5 का एकाधिकेन पूर्वेण का संकेत होगा-

(I) $1\dot{2}5$ (II) $12\dot{5}$ (III) $\dot{1}25$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) संख्या 215 में 5 का एकाधिकेन पूर्वेण करने पर नवीन संख्या........... बनती है।

(I) 225 (II) 216 (III) 325 (IV) इनमें से कोई नहीं

2. नीचे दी गई सारणी में एकाधिक कर पूर्ण करें :-

संख्या	एकाधिकेन सङ्केत	नवीन संख्या
0 का एकाधिक	$\dot{0}$	1
135 का एकाधिक	$13\dot{5}$	136
246 में 2 का एकाधिक	$\dot{2}46$	346
134 में 4 का एकाधिक		
245 में 5 का एकाधिक		
178 में 7 का एकाधिक		
17 का एकाधिक		
2486 में 8 का एकाधिक		
3124 में 2 का एकाधिक		
3124 में 1 का एकाधिक		

3. नीचे दी गई सारणी में एकाधिकेन पूर्वेण कर पूर्ण करें :-

संख्या	एकाधिकेन पूर्वेण सङ्केत	नवीन संख्या
325 में अङ्क 5 का	$3\dot{2}5$	335
780 में अङ्क 0 का	$7\dot{8}0$	790
318 में अङ्क 8 का	$3\dot{1}8$	
207 में अङ्क 0 का	$\dot{2}07$	
273 में अङ्क 7 का		
284 में अङ्क 8 का		
345 में अङ्क 4 का		
135 में अङ्क 3 का		
135 में अङ्क 5 का		
135 में अङ्क 1 का	$\dot{0}135$	1135
245 में अङ्क 2 का		
741 में अङ्क 7 का		

4. नीचे दी गई संख्या के एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा योग ज्ञात कीजिए :-

(i)
  38
+ 44
_____
_____

(ii)
  37
+ 35
_____
_____

(iii)
  83
+ 18
_____
_____

(iv)
  39
+ 14
_____
_____

(v)
  26
+ 36
_____
_____

4. नीचे दी गई संख्या के एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा गुणनफल ज्ञात करे :-

(जब आधार-100 हो)

98	99	85	102
x 92	x 91	x 85	x 108
998	999	985	103
x 992	x 991	x 985	x 107
47	79	86	111
x 43	x 71	x 84	x 119

अध्याय : 07

बीजांक के अनुप्रयोग

बीजांक के अनुप्रयोग : गणितीय संक्रियाओं (योग, व्यवकलन, गुणन एवं भाग) में बीजांक के अनुप्रयोग।

प्यारे विद्यार्थियों ! गणित में गणितीय संक्रियाओं (+ , - , × , ÷) के बाद प्राप्त परिणाम की सही हैं या नहीं। इसे जानने हेतु हम कैल्कुलेटर इत्यादि से ज्ञात करने के बाद हमें पूर्ण विश्वास होता है कि हमारे द्वारा कि गई गणना सही है या नहीं। वैदिक गणित में बीजांक के द्वारा हम किसी भी गणितीय संक्रियाओं (+, - , × , ÷) का परिणाम सही है या नहीं। इसे अत्यन्त ही सरलता के साथ बताया जा सकता है। इस अध्याय में हम बीजांक के अनुप्रयोग को विस्तार से अध्ययन करते है।

- **बीजाङ्क (आङ्किक योग) :**

किसी संख्या के अङ्कों का योग उस संख्या का बीजाङ्क (आङ्किक योग) कहलाता है। यह बीजाङ्क केवल एक ही अङ्क का होता है और यदि एक से अधिक अङ्क का हो, तो उन अङ्कों को फिर से जोड़कर एक अङ्क का बना लिया जाता है । जैसे-

(75 का आङ्किक योग 7+5= 12, किन्तु दो अङ्क हैं, इसलिए 1 + 2 = 3)

अत: बीजांक के अंक 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 है।

सोचिए : 1. क्या किसी संख्या का बीजांक 0 (शून्य) हो सकता है ?

2. बीजाङ्क ज्ञात करते समय '9' को 0 के समतुल्य माना जाता है क्यों ?

जैसे: क) 134 का बीजाङ्क 1+3+4 = 8

ख) 78 का बीजाङ्क 7+ 8 = 15 यहाँ,15 प्राप्त हुआ है जो कि बीजाङ्क नहीं हैं। अत: इसके

अङ्कों को पुनः जोड़ेंगे 1+5 = 6

ग) 531 का बीजाङ्क होगा - 5+3+1 = 9

घ) 172654 का बीजाङ्क होगा 1 + 7 + 2 + 6 + 5 + 4 = 25

25 का बीजाङ्क = 2 + 5 = 7

अतः 172654 का बीजांक 7 है।

करो और सीखों :

निम्न रिक्त-स्थान की पूर्ति करें-

संख्या	बीजांक		संख्या	बीजांक
10052347			252301044	
12652206			274274575	
46665664			745275757	
56546555			875757575	

बीजाङ्क द्वारा गणितीय संक्रियाओं के उत्तर जाँच -

योग सङ्क्रिया से प्राप्त उत्तर की जाँच

दी गयी सभी संख्याओं के बीजांक को योग कर योगफल का बीजांक ज्ञात कीजिए। प्राप्त बीजांक, दी गयी सभी संख्याओं के योगफल के बीजांक के समान होने पर हम कह सकते है कि योगफल की संक्रिया का उत्तर सही है। अतः

संख्याओं के बीजांकों का योगफल का बीजाङ्क = उत्तर का बीजाङ्क

आइये, उदाहरण से समझते हैं।

उदाहरण:

4815	9
2487	3
+ 1904	5
9206	8

जाँच: संख्याओं के बीजाङ्क के योग का बीजाङ्क

$9 + 3 + 5 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 \rightarrow 8$

उत्तर का बीजाङ्क :

$9 + 2 + 0 + 6 \rightarrow 17 \rightarrow 1 + 7 \rightarrow 8$ दोनों बीजाङ्क बराबर हैं।

अर्थात् उत्तर सही है।

व्यवकलन सङ्क्रिया के उत्तर की जाँच :

व्यवकलन का सामान्य अर्थ है- किसी समूह में से कुछ चीजों को निकालना। व्यवकलन के अवयवों को वियोज्य और वियोजक कहा जाता है तथा प्राप्त अन्तिम परिणाम को शेष कहते हैं।

उदाहरण:

178 → वियोज्य

125 → वियोजक

$\boxed{053}$ → शेष

व्यवकलन में वियोजक तथा शेष की संख्याओं का बीजांकों का योगफल का बीजांक, वियोज्य की

संख्या के बीजांक के समान होने पर उत्तर सही होता है। अत:

(वियोजक का बीजाङ्क + उत्तर का बीजाङ्क) के योगफल का बीजाङ्क = वियोज्य का बीजाङ्क

उदाहरण:

781	7
− 325	1
456	6

जाँच: **क)** वियोजक संख्या का बीजाङ्क + उत्तर का बीजाङ्क ⟶

1 + 6 ⟶ 7 ⟶

ख) वियोज्य संख्या का बीजाङ्क ⟶ 7

दोनों बीजाङ्क बराबर है, अर्थात् उत्तर सही है।

गुणा सङ्क्रिया के उत्तर की जाँच

बारम्बार योग करने की प्रक्रिया को गुणा कहते है। जैसे : 5 को 4 से गुणन करें। तब हमारा मतलब साधारण रूप से (5 + 5 + 5 + 5 = 20) होता है। सम्पूर्ण विश्व में गुणन की एक विशेष विधि अपनाई गयी है। जहाँ - **गुण्य × गुणक = गुणनफल**

उदाहरण : 8 → गुण्य

× 5 → गुणक

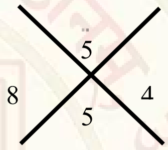
$\boxed{40}$ → गुणनफल

उत्तर की जाँच में गुण्य एवं गुणक की संख्याओं के बीजाङ्कों का गुणनफल का बीजांक, दी गयी संख्याओं के गुणनफल के बीजांक के समान होने पर उत्तर सही होता है।

उदाहरण : 413×517

हल:

$$\begin{array}{r} 413 \times 517 \\ \hline 2891 \\ 4130 \\ 206500 \\ \hline 213521 \end{array}$$



जाँच : क) प्रथम संख्या का बीजाङ्क×द्वितीय संख्या का बीजाङ्क → प्राप्त गुणनफल का बीजाङ्क

$8 \times 4 = 32 \rightarrow$ 32 का बीजाङ्क 5 →

ख) उत्तर का बीजाङ्क → 5

दोनों बीजाङ्क बराबर है, अर्थात् उत्तर सही है।

भाग सङ्क्रिया से प्राप्त उत्तर की जाँच

उदाहरण: $4857 \div 14$

हल:

भाजक $14)\,4857\,(346$ भागफल

$\underline{-42}$

065

$\underline{-\ 56}$

097

$\underline{-\ 84}$

13 शेषफल

जाँच : भाज्य का बीजाङ्क = (भागफल का बीजाङ्क × भाजक का बीजाङ्क) + शेषफल का बीजाङ्क

$6 \rightarrow (4 \times 5) + 4$

$\rightarrow 20 + 4$

$\rightarrow 24$

$\rightarrow 6$ अर्थात् उत्तर सही है।

अध्याय : 08

लीलावती गणित

लीलावती गणित	परिभाषा प्रकरण श्लोक 1 से 5

प्यारे विद्यार्थियों ! संस्कृत वाङ्मय की गणितीय परम्परा में अंक गणितीय अवधारणाओं का एक अत्यन्त महत्त्वपूर्ण ग्रन्थ 'लीलावती गणित' है, जिसके लेखक भारतीय गणितज्ञ एवं ज्योतिषाचार्य भास्कराचार्य थे। आचार्य भास्कराचार्य द्वारा लिखित इस ग्रन्थ के परिभाषा प्रकरण में कई मापन इकाई के बारे में विस्तृत वर्णन मिलता है। आइये इस अध्याय में हम लीलावती गणित के परिभाषा प्रकरण की इकाई में मुद्रा, भार, अंगुल, योजन, घन, हस्त, द्रोण इत्यादि परिमाणों को विस्तार से समझेंगे।

लीलावती भाग-1 परिभाषा

गणित और मापन के मध्य घनिष्ठ सम्बद्ध है। भारत प्राचीन काल से दोनों का साथ-साथ विकास हुआ। प्राचीन भारतीय गणितज्ञों में लगभग सभी ग्रंथकारों ने अपने ग्रन्थों में मापन, मापन की इकाईयों एवं मापन यंत्रों क वर्णन किया है, जिसमें भास्कराचार्य ने विशेष रूप से लीलावती गणित के प्रारम्भ में मापन के सम्बन्ध में परिभाषाओं को स्पष्ट किया है। **लीलावती गणित, ग्रन्थ के आरम्भ के प्रथम श्लोक में मङ्गलाचरण द्वारा गणेश जी की स्तुति कि गई है ।**

मुद्रा परिभाषा

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में मुद्रा की परिभाषा के सम्बन्ध में निम्न श्लोक बताया है -

वराटकाना दशद्वयं (20) यत् सा काकिणी ताश्च पणश्चतसः ।

ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो दम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥ (परिभाषा : 2)

अर्थात् बीस कौणी मिलकर एक काकिणी बनती है और चार काकिणी मिलकर एक पण होता है, सोलह पणों का एक द्रम्म तथा सोलह द्रम्मों का एक निष्क बनता है। इस प्रकार यहाँ प्राचीन राजमुद्राओं का यह मान निर्धारित किया गया है।

भास्कराचार्य यहाँ (ग्यारहवीं एवं बारहवीं शताब्दी) के समय में निम्नलिखित मुद्राओं का प्रचलन था। यहाँ मुद्राओं का प्रचलन था।

20 कौड़ी = 1 काकिणी	16 पण = 1 द्रम्म (दाम)
4 काकिणी = 1 पण	16 द्रम्म = 1 निष्क (स्वर्णमुद्रा)

भार परिणाम

आचार्य भास्कर ने लीलावती में सुवर्ण मापने की विधि को बताते हुए कहा है कि-

तुल्या यवाभ्यां कथिताऽत्र गुंजा वल्लस्त्रिगुंजो धरणं च तेऽष्टौ।

गद्याणकस्तद्वयमिन्द्रतुल्यै- (14) र्वल्लैस्तथैको घटकः प्रदिष्ट ॥ (परिभाषा : 3)

अर्थात् एक गुंजा के बराबर दो यव (जौ के दाने) होता है। तीन गुंजा मिलकर एक वल्ल बनता है, ऐसे ही आठ वल्ल मिलकर का एक धरण बराबर होता है तथा दो धरण मिलकर एक गणाद्यक के बराबर होता है तथा चौदह वल्ल मिलकर एक घटक बनता है। गुंजा को अन्य नामों से पुकारा जाता है-गुंजा, चौटली, घुघुची, रत्ती। संस्कृत में इसको गुंजा, रक्तकाकचिंची, कृष्णला। इस प्रकार दो

समान यवों से तुल्या (समान) गुंजा (रत्ती) है। यहाँ 'यवाभ्यां' का अर्थ दो यव के ग्रहण से है। संस्कृत भाषा में द्विवचन होने का लाभ यहाँ स्पष्ट पूर्वक दिखता है। यवादि परिणामों में उनके भार अपेक्षित है।

1 गुंजा (रत्ती) = 2 यव	14 वल्ल = 1 घटक
3 गुंजा = 1 वल्ल	1 घटक = 42 गुंजा
8 वल्ल = 1 धरण	1 गद्याणक = 48 गुंजा
2 धरण = 1 गद्याणक	

माषादिमानम् :

आचार्य भास्कराचार्य जी माषादिमान के बारे में निम्न श्लोक बताया है -

दशार्द्धगुंजं प्रवदन्ति माषं माशाह्वयैः षोडशभिश्च कर्षम् ।

कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम् ॥ (परिभाषा : 4)

अर्थात् तौलने वाले विशेषज्ञ पाँच गुंजा को एक माष मानते हैं और सोलह माष मिलकर एक कर्ष बनता है। चार कर्ष मिलकर एक पल होता है। सोने का कर्ष संज्ञक होता है:

अर्थात् 1 कर्ष = 1 सुवर्ण ।

अत: उक्त श्लोक में ग्रन्थकार कहते है कि तौल जानने वाले विशेषज्ञ दशार्धगुंज अर्थात् 5 गुंजा को 1 माष, 16 माष का 1 कर्ष और 4 कर्ष का 1 पल समझाते है। सोने का 1कर्ष 1 सुवर्ण के समान होता है। जैसे 1 कर्ष = 1 सुवर्ण। लीलावती व्याख्या बुद्धिविलासिनी में टीकाकार गणेशदैवज्ञमतानुसार **कर्षमेव सुवर्णसंज्ञं प्रवदन्ति, न तु रौप्यादि। यथा सुवर्णप्रतिमां दद्यादित्यत्र कर्षमात्रकनकस्यैवं दद्यादिति भावः।** अर्थात् एक कर्ष ही एक सुवर्ण कहलाता है। रजतादि सन्दर्भ में यह व्यवहार नहीं होता। दान में सुवर्णप्रतिमा का उल्लेख एक कर्ष परिमित सुवर्णप्रतिमा इस अर्थ में

किया गया है।

10/2 = 5 गुंजा = 1 माष

16 माष = 1 कर्ष

4 कर्ष = 1 पल

कर्ष स्वर्ण मापने का पुरानी इकाई है। इसे 'दूण' भी कहा जाता था। इस प्रकार 80 गुंजा = 1 कर्ष होता था। वर्तमानकालिक स्वर्ण मापने का एक तोला (96 गुंजा) होता है। अथवा एक तोला 11.66 ग्राम माना गया है।

लम्बाई मापन की इकाई :

- **अंगुलादिमानम्**

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लम्बाई को मापने के सम्बन्ध में निम्न श्लोक लीलावती गणित में बताया है-

यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः ।

हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम् ॥ (परिभाषा : 5)

अर्थात् एक अंगुल में आठ यवोदर (जौ के दाने) के बराबर होता है। चौबीस अंगुल मिलकर एक हाथ की लम्बाई के बराबर होता है। चार हाथ का एक दण्ड के बराबर होता है। दो हजार दण्ड मिलकर एक कोश की लम्बाई के बराबर होता है। 'यवोदर' से आशय है कि पेट से पेट लगे हुये आठ यवों से एक अंगुल, चौबीस अंगुलों के लम्बाई का एक हस्त, चार हस्त एक दण्ड और दो हजार दण्डों से एक क्रोश होता है।

8 यव = 1 अंगुल 24 अंगुल = 1 हाथ	4 हाथ = 1 दण्ड 2000 दण्ड = 1 कोश (क्रोश)

प्राचीन काल में दूरी की इकाई होता था 1 कोश = 2 मील होता है।

- **योजानादिमानम्**

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में लम्बाई के योजन (दूरी) आदि मापन के सम्बन्ध में निम्न श्लोक बताया है -

स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन तथा कराणां दशकेन वंशः।

निवर्त्तनं विंशतिवंशसंख्यैः क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ (परिभाषा : 6)

अर्थात् एक योजन चार कोशों से मिलकर बनता है, दस हाथ मिलकर एक वंश (बाँस) तथा बीस वंश की लम्बाई के बराबर होता है। बीस वंश की लम्बाई एवं बीस वंश की चौड़ाई से निर्मित होने वाले वर्गाकार क्षेत्र एक निवर्त्तन (बीघा) कहलाता है।

4 कोश = 1 योजन

1 बाँस = 10 हाथ

1 बीघा = 20 बाँस

घनहस्तादिमानम्

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में घनहस्तादि माप के सम्बन्ध में निम्न श्लोक बताया है -

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्य पिण्डैर्यद् द्वादशास्त्रं घनहस्तसंज्ञम् ।

धान्यादिके यद् घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ (परिभाषा : 7)

अर्थात् एक हाथ की चौड़ाई, लम्बाई और ऊँचाई या गहराई का बारह कोण से निर्मित गढ़ा घनहस्त संज्ञक है। धान्यादि के तौलने पर घनहस्त को जो माप निर्धारित की गई है, वह घनहस्त शास्त्र कथित मगध देश में प्रचलित खारी कहते हैं।

आशय यह है कि हस्त उन्मिति (ऊँचाई), एक हस्त विस्तृति (चौडाई), एक हस्त लम्बाई तथा बारह भुजाएँ वाले घनक्षेत्र को एक घनहस्त कहा गया है। धान्य, तेल, घृत आदि तौलने में जो घनहस्त की तौल को मगध देश में शास्त्र में बताई जाने वाली खारी कहा गया है।

खारी = धान के मापन/तौल की इकाई

1 खारी = 32 किलोग्राम

घनहस्त संज्ञा = अन्नादि मापने का प्राचिन मान जो 1 हाथ लम्बा, 1 हाथ चौड़ा, 1 हाथ गहरा या ऊँचा होता है, जिसके कुल 12 कोण होते थे।

द्रोणादिमानम्

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में द्रोणादि माप के सम्बन्ध में निम्न श्लोक बताया है -

द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः ।

प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थांघ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥ (परिभाषा : 8)

अर्थात् खारी के सोलहवें (16) भाग को द्रोण कहते हैं, द्रोण के चौथे भाग को आढक तथा आढक के चौथे भाग को प्रस्थ कहा जाता है। प्रस्थ के चौथे भाग को प्राचीन आचार्यों ने कुडव की संज्ञा दी है।

1 द्रोण = 1/16 खारी	1 प्रस्थ = 1/4 आढक
1 आढक = 1/4 द्रोण	1 कुडव = 1/4 प्रस्थ

नोट : प्राय: उस समय में 1 मनुष्य 1 प्रस्थ अन्न भोजन ग्रहण करता था। क्योंकि एक सुप्रसिद्ध लोकोक्ति

है- **“सर्वारम्भस्तण्डुलप्रस्थमूला: ”**

यवनप्रचारितमानम्

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में यवनों (तुरकों) द्वारा चलायी गयी अन्नादि माप के बारे में निम्न श्लोक बताया है-

पादोनगद्याणकतुल्यटङ्कैर्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः।

मणाभिधानं ख-युगैश्च सेरैर्धान्यादितौल्येषु तुरुष्कसंज्ञा ॥ (परिभाषा : 9)

अर्थात् बहत्तर पौन (¾) गद्याणक के बराबर टंक का 1 सेर होता है। अर्थात् 36 रत्ती के बराबर 1 टंक होता है। 72 टंक के बराबर 1 सेर होता है और 40 सेर मिलकर 1 मन बनता है। यवनों द्वारा अनाज को तौलने की संज्ञा दी गयी है। अन्नादि तौल की विधि

द्विसप्त = 72	36 गुंजा = 1 टंक
खयुग = 04	1 सेर = 72 टंक
पौन (3/4) गद्याणक = 36 गुंजा	40 सेर = 1 मन

कालादिपरिभाषा

आचार्य भास्कराचार्य जी ने लीलावती गणित में कालादिपरिभाषा के बारे में निम्न श्लोक बताया है -

शेषाः कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्धा ज्ञेयाः। (परिभाषा : 11)

अर्थात् शेष काल आदि की परिभाषाएँ लोक में प्रसिद्ध हैं। अतः उन्हें लोक व्यवहार द्वारा समझना चाहिए। जैसे 6 प्राण का 1 पल। 60 पल की 1 घटी। 2 घटी का एक मुहूर्त। 33/4 मुहूर्त का एक प्रहर, 8 प्रहर का 1 दिन। 60 घटी का 1 अहोरात्र। 15 दिन का 1 पक्ष। 2 पक्ष का 1 मास। 2 मास का 1 ऋतु। 6 ऋतु का 1 वर्ष। माघ से 6 महीना बराबर 1 सौम्यायन। श्रावण से 6 महीना बराबर 1

याम्यायन।

1 पल = 6 प्राण	1 पक्ष = 15 दिन
1 घटी = 60 पल	1 मास = 2 पक्ष
1 मुहूर्त = 2 घटी	1 ऋतु = 2 मास
1 प्रहर = 33/4 मुहुर्त	1 वर्ष = 6 ऋतु
1 दिन = 8 प्रहर	1 सौम्यायन = माघ से 6 महीना
1 अहोरात्र = 60 घटी	1 यान्यायन = श्रावण से 6 महीना

मापन से सम्बन्धित शब्दावली सूची :

मापन से सम्बन्धित शब्दावली	
20 कौड़ी = 1 काकिणी	1 खारी = 32 किलोग्राम
4 काकिणी = 1 पण (पैसा)	1 द्रोण = 1/16 खारी
16 पण = 1 द्रम्म (दाम)	1 आढक = 1/4 द्रोण
16 दम्म = 1 निष्क (स्वर्णमुद्रा)	1 प्रस्थ = 1/4 आढक
1 गुंजा (रत्ती) = 2 यव (जौ के दाने)	1 कुडव = 1/4 प्रस्थ
3 गुंजा = 1 वल्ल	द्विसप्त = 72
8 वल्ल = 1 धरण	खयुग = 04
2 धरण = 1 गद्याणक	3/4 गद्याणक = 36 गुंजा
14 वल्ल = 1 घटक	36 गुंजा = 1 टंक
1 घटक = 42 गुंजा	1 सेर = 72 टंक
1 गद्याणक = 48 गुंजा	40 सेर = 1 मन

10/2 = 5 गुंजा = 1 माष	1 पल = 6 प्राण
16 माष = 1 कर्ष	1 घटी = 60 पल
4 कर्ष =1 पल	1 मुहूर्त = 2 घटी
1 घटक = 42 गुंजा	1 प्रहर = 33/4 मुहुर्त
1 गद्याणक = 48 गुंजा	1 दिन = 8 प्रहर
8 यव = 1 अगुल	1 अहोरात्र = 60 घटी
24 अंगुल = 1 हाथ	1 पक्ष = 15 दिन
4 हाथ = 1 दण्ड	1 मास = 2 पक्ष
2000 दण्ड = 1 कोश (क्रोश)	1 ऋतु = 2 मास
4 कोश = 1 योजन	1 वर्ष = 6 ऋतु
1 बाँस = 10 हाथ	1 सौम्यायन = माघ से 6 महीना
1 बीघा = 20 बाँस	1 याम्यायन = श्रावण से 6 महीना
खारी = धान को मापने/तौलने की इकाई	

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

द्वारा सञ्चालित एवं प्रस्तावित राष्ट्रीय आदर्श वेद विद्यालय

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - ४५६००६ (म.प्र.)
Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in